УДК 621.9

В.А. Витренко, д-р техн. наук, проф., **М.Н. Кузнецова,** ст. преподаватель
Луганский университет имени Владимира Даля, Украина
Тел./Факс: +38 (0642) 413076; *E-mail:* tm@snu.edu.ua

ФОРМООБРАЗОВАНИЕ ПРОФИЛЯ ГИПЕРБОЛОИДНЫХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

В представленной работе авторами разработана схема изготовления гиперболоидных зубчатых колёс, методом обкатки на серийном оборудовании при помощи цилиндрических инструментальных зубчатых колёс. При этом получены зубья на гиперболоидных заготовках. Для этого относительное движение в станочном зацеплении определено двумя независимыми параметрами, такими как: движение обкатки и движение подачи вдоль прямой, которая скрещивается с осью вращения нарезаемой заготовки.

Ключевые слова: *гиперболоидная заготовка, производящее колесо, режущая кромка, скорость скольжения, профиль, точка контакта.*

1. Введение

Винтовые зубчатые передачи служат для передачи вращения между валами в различных машинах и механизмах. Основным преимуществом таких зубчатых передач, к которым относятся и гиперболоидные зубчатые передачи, является возможность передачи вращений между валами, расположенными под произвольным углом скрещивания.

Согласно теории зубчатых передач, под винтовыми передачами понимают передачи, колёса которых смонтированы на скрещивающихся валах. Контакт между зубьями в таких передачах может быть как точечным так и линейным. Если передаточное отношение в передаче больше 8, то контакт между зубьями будет линейным, в противном случае – точечным. При этом аксоидами зубчатых колёс являются однополостные гиперболоиды. Однако в настоящее время зубчатые колёса на однополостных гиперболоидных, не удаётся изготовить. Объяснение простое: конструкторам, технологам и исследователям зубчатых передач производящие поверхности для двух сопряжённых гиперболоидных колёс не удаётся найти и реализовать в промышленности в виде производящих колёс. Такое положение привело к тому, что теоретическую гиперболоидную передачу в промышленности заменяют на винтовую, червячную, гипоидную, спироидную передачи, которые относятся к гиперболоидным [1]. В этих передачах реализуется теоретически точечный характер касания, кроме червячных и спироидных передач, в которых реализуется линейный контакт [2].

2. Основное содержание и результаты работы

Исследуем станочное зацепление зубчатых колес со скрещивающимися осями. Введем две системы координат, связанные с цилиндрическим и винтовым зубчатыми колесами. В данной работе цилиндрическое зубчатое колесо является производящим зубчатым колесом. Наиболее распространенным производящим зубчатым колесом является зуборезный долбяк. Перейдем от системы координат цилиндрического зубчатого колеса к системе координат винтового зубчатого колеса. Тогда координата точки касания на гиперболоидном винтовом зубчатом колесе определяется по следующим зависимостям:

$$\left.\begin{array}{l} x_2 = (x_1\cos\varphi_1 - y_1\sin\varphi_1 + a_w)\cos\varphi_2 + [(x_1\sin\varphi_1 + y_1\cos\varphi_1)\cos\gamma - x_1\sin\gamma]\sin\varphi_2 \\ y_2 = (x_1\cos\varphi_1 - y_1\sin\varphi_1 + a_w)\sin\varphi_2 + [(x_1\sin\varphi_1 + y_1\cos\varphi_1)\cos\gamma - z_1\sin\gamma]\cos\varphi_2 \\ z_2 = (x_1\sin\varphi_1 + y_1\cos\varphi_1)\sin\gamma + z_1\cos\gamma \end{array}\right\} \quad (1)$$

Уравнения (1) выражают связь между координатами вращающейся системы, жестко связанной с цилиндрическим инструментальным колесом и координатами вращающейся системы, жёстко связанной с нарезаемым гиперболоидным зубчатым колесом.

Профиль режущей кромки инструментального зубчатого колеса, имеющего обобщённый исходный контур, под которым понимают контур, кромка которого описана произвольной кривой, имеющей вид:

$$x_1 = f_1(\lambda) - r_1;\ y_1 = f_2(\lambda); \quad (2)$$

здесь: $f_1(\lambda)$; $f_2(\lambda)$– произвольное необходимое число раз дифференцируемые функции описывающие поверхность зуба инструмента; λ – переменная величина; r_1 – радиус окружности.

При нарезании зубьев на винтовой гиперболоидной заготовке режущие кромки инструментального зубчатого колеса совершают относительные движения, определяемые двумя независимыми параметрами μ и φ_1, характеризующими поступательное и вращательное движения.

Здесь: φ_1– угол поворота режущих кромок инструмента относительно оси инструментального зубчатого колеса; μ – кратчайшее межосевое расстояние между инструментом и заготовкой.

Подставляя в уравнение (1) значения координат режущей кромки, получим уравнения семейства поверхностей зубьев на гиперболоидной заготовке. Таким образом, уравнения семейства определяют поверхности зубьев в зависимости от трёх параметров: λ, μ и φ_1. Здесь: параметр φ_2 заменён при помощи φ_1 и передаточное число u_{21} с использованием выражения $\varphi_2 = \varphi_1 \cdot u_{21}$. Тогда уравнения производящей поверхности с учётом выражений (2) в системе координат производящего зубчатого колеса имеют следующий вид:

$$x_1 = f_1(\lambda) - r_1;\ y_1 = f_2(\lambda);\ z_1 = \mu. \quad (3)$$

Уравнения производящей поверхности в векторной форме, являющейся инструментальным производящим колесом (прямозубым или косозубым долбяком), запишем в следующем виде:

$$\vec{r}_1(\lambda,\mu) = [f_1(\lambda) - r_1]\vec{i} + \mu\vec{k}. \quad (4)$$

Используя равенства (3), получим векторы касательных к сетке прямых $\lambda = const$ и $\mu = const$ на поверхности зуба производящего зубчатого колеса, имеющих следующий вид:

$$\vec{r}_1^{(\lambda)} = f_1'\lambda\vec{i} + f_2'\vec{j}\ ;\ \vec{r}_1^{\mu} = \vec{k}. \qquad (5)$$

При рассмотрении станочного зацепления и определении основных элементов нарезаемого гиперболоидного колеса (кривизны зубьев, контактных линий) необходимо знать проекции единичного вектора нормали к производящей инструментальной поверхности [3].

Единичный вектор нормали к производящей поверхности определяется по следующей зависимости:

$$\vec{N} = \left(\vec{r}_1^{\lambda} \times \vec{r}_1^{\mu}\right). \qquad (6)$$

Проекции единичного вектора нормали к производящей поверхности (3) с использованием равенств (5) запишем в следующем виде:

$$n_{x1} = f_2' \Big/ \sqrt{(f_1')^2 + (f_2')^2}\ ;\ n_{y1} = f_1' \Big/ \sqrt{(f_1')^2 + (f_2')^2}\ ;\ n_{z1} = 0. \qquad (7)$$

Для определения нормальной кривизны, главных направлений и других характеристик производящих поверхностей необходимо иметь выражения для коэффициентов первой и второй квадратичных форм. В общем случае коэффициенты первой квадратичной формы искомой инструментальной зубообрабатывающей поверхности равны [4]:

$$E_1 = \left(\vec{r}_1^{\lambda}\right)^2;\ F_1 = \vec{r}_1^{\lambda}\vec{r}_1^{\mu};\ G_1 = \left(\vec{r}_1^{\mu}\right)^2. \qquad (8)$$

Коэффициенты второй квадратичной формы имеют следующий вид:

$$L_1 = \vec{n}_1\frac{\partial^2\vec{r}_1}{\partial\lambda^2};\ M_1 = \vec{n}_1\frac{\partial^2\vec{r}_1}{\partial\lambda\partial\mu};\ N_1 = \vec{n}_1\frac{\partial^2\vec{r}_1}{\partial\mu}, \qquad (9)$$

где: $\vec{n}_1$ – единичный вектор нормали к производящей поверхности.

Определим коэффициенты (8) и (9) для производящей поверхности (4). Для поверхности (4) первые производные вектор функции $\vec{r}_1$ имеют вид (5).

Вторые производные для производящей поверхности будут иметь следующий вид:

$$\partial^2\vec{r}_1 \big/ \partial\lambda^2 = f_1''\vec{i}_1 + f_2''\vec{j}\ ;\ \partial^2\vec{r}_1 \big/ \partial\lambda\cdot\partial\mu = 0\ ;\ \partial^2\vec{r}_1 \big/ \partial\mu^2 = r_1''(\mu) = 0. \qquad (10)$$

Проекции единичного вектора нормали к производящей поверхности определяются выражениями (7). Подставляя в (8) значения производных (5) будем иметь:

$$E_1 = (f_1')^2 + (f_2')^2 ;\ F_1 = 0;\ G_1 = 1. \tag{11}$$

Подставляя в (9) значения вторых производных (10) и проекции нормали (7), получаем:

$$L_1 = (f_1''f_2' - f_1'f_2'')\Big/\sqrt{\left((f_1')^2 + (f_2')^2\right)};\ M_1 = 0;\ N_1 = 0. \tag{12}$$

Имея коэффициенты первой и второй квадратичной форм, определим нормальные кривизны линий, лежащих на производящей цилиндрической зубчатой поверхности, используя для этого метод, применяемый в дифференциальной геометрии[5]:

$$K = L_1 d\lambda^2 \Big/ \left(E_1 d\lambda^2 + G_1 d\mu^2\right). \tag{13}$$

Направления, в которых определяется кривизна искомой производящей поверхности, зависят от отношения $\partial\lambda/\partial\mu$. Так, например, нормальные кривизны вдоль линий $\mu = const$ и $\lambda = const$, являются в рассматриваемом случае главными и будут равны:

$$K_\mu = L_1/E_1 = (f_1'f_2'' - f_1''f_2')\Big/\left[(f_1')^2 + (f_2')^2\right]^{3/2};\ K_\lambda = N_1/G_1 = 0. \tag{14}$$

Так как вектор относительной скорости скольжения располагается в касательной плоскости к производящей поверхности, то уравнение связи можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} &- f_1'\partial_\mu/\partial t\left[(f_1 - r_1)(1 - u_{21}\cos\gamma) + \mu u_{21}\sin\gamma\sin\varphi_1 - a_w u_{21}\cos\gamma\cos\varphi_1\right] + \\ &+ f_2\mu/\partial t\left[-f_2(1 - u_{21}\cos\gamma) - \mu u_{21}\sin\gamma\cos\varphi_1 - a_w u_{21}\cos\gamma\sin\varphi_1\right] = 0 \end{aligned} \tag{15}$$

Совокупность уравнений (3) и (15) при заданном значении угла поворота инструмента определяет контактные линии на поверхностях зубьев инструментального зубчатого колеса в станочном зацеплении.

Полученные выражения позволили разработать схему формообразования винтовых зубчатых колес на серийном зубообрабатывающем оборудовании.

При этом если гиперболоидная заготовка закрепляется на суппорте станка, а производящее прямозубое цилиндрическое колесо на столе станка, то настройка станка сводится к настройке гитары деления. Делительная кинематическая цепь станка должна обеспечивать вращение гиперболоидной заготовки и стола с цилиндрическим инструментальным колесом в соответствии с передаточным отношением, определяемым числом зубьев на нарезаемой гиперболоидной заготовке и количеством зубьев на цилиндрическом инструментальном колесе.

3. Заключение

В процессе выполнения работы получены следующие научные результаты:

1. Разработана математическая модель, описывающая профиль режущих кромок инструментального зубчатого колеса.
2. Найдены уравнения производящей поверхности в векторной форме, являющейся инструментальным производящим колесом.
3. Определено станочное зацепление и найдены основные элементы нарезаемого гиперболоидного зубчатого колеса такие как: кривизны зубьев и контактные линии.
4. Разработана принципиально новая технологию производства винтовых гиперболоидных зубчатых колёс.

Список литературы:

1. Гавриленко В.А. зубчатые передачи в машиностроении.М.: Машгиз, 1962.-531 с.
2. Калашников С.Н. Зубчатые колеса и их изготовление / С.Н. Калашников, А.С. Калашников. – М.: Машиностроение, 1983. – 264 с.
3. Кривошея А.В. Методика построения исходных производящих контуров при автоматизированном проектировании неэвольвентных зубообрабатывающих инструментов / А.В.Кривошея // Резание и инструмент в технологических системах. – Харьков: ХГПУ, 1997. – С. 280.
4. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений / Ф.Л.Литвин.–М.: Наука, 1968.– 584 с.
5. Бермант А.Ф. Краткий курс математического анализа / А.Ф. Бермант, И.Г. Аранович. – М.: Наука, 1973. – 736 с.

Надійшла до редколегії 29.12.2014.

V.A. Vitrenko, M.M. Kuznetsova

HYPERBOLA GEAR WHEELS PROFILE SHAPE FORMATION

The article presents the scheme of hyperbola gear wheels developed by the authors production on conventional equipment using rolling by cylindrical tool-manufacturing instrument. In the process the teeth have been obtained on hyperbola work-pieces. To obtain the teeth, relative movement in machine-tool engagement is defined by two independent parameters such as movement of rolling and movement of feed-motion along a straight line crossing the axis of working-piece being cut rotation.

Key words: *hyperbola work-piece, forming wheel, cutting edge, sliding speed, profile, point of contact*

В.О. Вітренко, М.М. Кузнєцова

ФОРМОУТВОРЕННЯ ПРОФІЛЮ ГІПЕРБОЛОЇДНИХ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС

В представленій роботі авторами розроблена схема виготовлення гіперболоїдних зубчастих колес, методом обкатки на серійному обладнанні за допомогою циліндричних інструментальних колес. При цьму одержані зубці на гіперболоїдних заготовках. Для цього відносний рух у верстатному зачепленні визначено двома незалежними параметрами, такими як: рухом обкатки та рухом подачі вздовж прямої, яка схрещується з вісью обертання нарізуємої заготовки.

Ключові слова: *гіперболоїдна заготовка, призводяще колесо, ріжуча кромка, швидкість сковзання, профіль, точка контакту*