

УДК 621.923

А.В. Байков, канд. техн. наук, доцент, В.В. Полтавець, канд. техн. наук, доцент
Донецький національний технічний університет, Україна
Г.І. Добровольський, канд. техн. наук, доцент
Брянський державний технічний університет
Тел.: +38 (062) 3010805; E-mail: tm@mech.dgutu.donetsk.ua

ПОГРЕШНОСТЬ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ РАЗНОВЫСОТНОСТИ АКТИВНЫХ ЗЕРЕН АЛМАЗНОГО ШЛИФОВАЛЬНОГО ИНСТРУМЕНТА

Рассмотрены способы математического описания распределения по высоте вершин алмазных зерен шлифовальных кругов с помощью различных законов распределения. Оценена погрешность описания разновысотности вершин активных зерен. Предложен подход к осуществлению данного описания.

Ключевые слова: шлифовальный круг, алмазное зерно, разновысотность, аппроксимация, погрешность описания.

1. Введение

Формирование микрорельефа шлифованной поверхности для значительной части обрабатываемых материалов является результатом непосредственного взаимодействия режущих элементов шлифовального инструмента с обрабатываемым материалом, поэтому характер геометрии рабочей поверхности шлифовального круга (РПК) является первостепенным фактором для достижения заданных показателей качества обработанной поверхности.

Несмотря на большое количество экспериментальных и теоретических исследований, в настоящее время не существует единой общепризнанной и пригодной для всех случаев модели геометрии рельефа РПК. Это, в частности, обусловлено как применением при исследованиях рельефа РПК различных методов определения ординаты вершины абразивного зерна (метод профилографирования, оптический метод, метод светового сечения, метод шлифования клина с малым углом подъёма и др.), так и различной наследственностью состояния РПК, обусловленной, во-первых, применением различных методов восстановления режущей способности инструмента и, во-вторых, высокой степенью дифференциации характеристик РПК после обработки различных видов материалов и после шлифования одних и тех же материалов на отличающихся режимах.

Одним из основных параметров, которым характеризуют геометрию РПК, является разновысотность зёрен, оцениваемая законом распределения вершин зерен по высоте рабочего профиля круга. На закон распределения вершин зерен по высоте оказывает влияние большое количество случайных факторов: размер абразивного зерна, расположение центров зерен в матрице инструмента, направление ориентации зерна в матрице, характер и степень разрушения зерна при воздействии на него обрабатываемого материала, прочность удержания зерна в связке и т.д. Обычно закон распределения вершин зерен над уровнем связки получают аппроксимацией экспериментальный данных. Вследствие применения различающихся подходов к аппроксимации разные исследователи предлагают описывать распределение вершин зерен нормальным [1], модифицированным нормальным [2], параболическим [3], распределением Вейбулла [4] и другими законами. В указанных работах авторы описывают соответствующими законами распределение вершин всех зерен, выступающих над поверхностью связки.

Однако для решения задач определения производительности обработки и обеспе-

чения показателей качества обработанной поверхности целесообразно рассматривать только наиболее выступающие, т.н. «активные» режущие зерна, которые принимают непосредственное участие во взаимодействии с обрабатываемым материалом.

Поэтому задача математического описания распределения разновысотности вершин активных зерен требует дальнейшего исследования, а целью данной работы является оценка погрешности описания распределения вершин зерен различными законами.

2. Основное содержание и результаты работы

С целью изучения разновысотности вершин зерен исследовалась рабочая поверхность алмазных шлифовальных кругов 1A1 250*76*15*5 AC6 4-M2-01 зернистостью 100/80, 160/125 и 250/200. Анализировалось состояние рабочей поверхности инструмента после шлифования по упругой схеме образцов из быстрорежущей стали Р6М5Ф3. Сила поджима образца к кругу составляла $P_n = 80$ Н. Режимы резания: $v_{kp} = 35$ м/с, $v_d = 6$ м/мин, количество ходов стола $n_{cm} = 25$ ход/мин, длина хода $L = 240$ мм. Величина слоя материала, удаляемого при каждом проходе шлифовального круга, изменялась в соответствии с ухудшением режущей способности кругов в процессе обработки. Запись профилограмм кругов осуществляли на специальной установке, созданной на базе профилометра-профилографа модели 201 завода «Калибр» и обеспечивающей автоматическое выделение рельефа зёрен из суммарного рельефа зёрен и связки [5]. Разновысотность вершин алмазных зерен рассчитывалась как разность между значением высоты наиболее выступающего зерна и рассматриваемого. Точность определения значения разновысотности составляла 1 мкм.

Гистограмма распределения и соответствующее математическое описание всей совокупности разновысотности вершин алмазных зерен на рабочей поверхности шлифовального круга 1A1 250*76*15*5 AC6 100/80 4-M2-01 с использованием распределения Вейбулла представлены на рис 1. Сравнение графика плотности распределения и гистограммы наглядно показывает, что указанное распределение достаточно хорошо описывает разновысотность вершин зерен по всей глубине рабочей поверхности шлифовального круга. Проверка адекватности математического описания разновысотности по критерию согласия Пирсона подтвердила соответствие теоретического распределения экспериментальным данным при уровне значимости $p = 0,05$, а по критерию согласия Колмогорова – при уровне значимости $p = 0,2$. Аналогичным способом была подтверждена правомерность использования распределения Вейбулла для описания разновысотности вершин зерен алмазных шлифовальных кругов зернистостей AC6 160/125 и AC6 250/200.

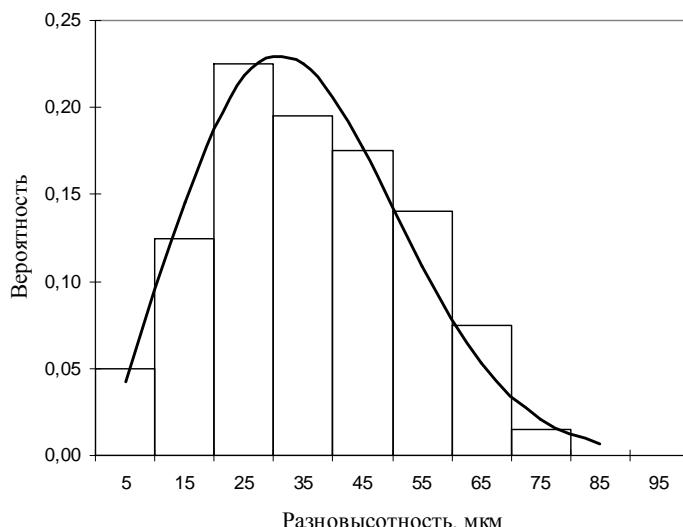


Рис. 1. Гистограмма и кривая Вейбулла плотности распределения разновысотности вершин зерен алмазного круга зернистости AC6 100/80

Для оценки погрешности математического описания рас-

пределения разновысотности вершин наиболее выступающих зерен традиционно используемыми законами распределения, были рассмотрены следующие законы.

1. Нормальное распределение (закон Гаусса), плотность распределения которого имеет вид:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x - \bar{x})^2}{2\sigma^2}\right], \quad (1)$$

где \bar{x} – среднее значение выборки,

σ – среднее квадратичное отклонение выборки.

2. Двухпараметрическое распределение Вейбулла с плотностью:

$$f(x) = \frac{\beta}{\alpha^\beta} x^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\beta\right]. \quad (2)$$

3. Гамма-распределение с плотностью:

$$f(x) = \frac{1}{\alpha! \beta^{\alpha+1}} x^\alpha \exp\left(-\frac{x}{\beta}\right). \quad (3)$$

4. Распределение Рэлея с плотностью:

$$f(x) = \frac{x}{\alpha^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\alpha^2}\right). \quad (4)$$

В формулах (2) – (4) α и β – параметры законов распределения. Распределение Вейбулла, гамма-распределение и распределение Рэлея описывают распределение положительных величин.

Оценка соответствия эмпирического распределения теоретическому для всех рассматриваемых законов для шлифовальных кругов трёх исследуемых зернистостей проводилась по критерию согласия Пирсона. В соответствии с результатами проверки распределение разновысотности вершин зерен круга 1A1 250*76*15*5 AC6 100/80 4-M2-01 можно описать нормальным законом распределения, законом распределения Вейбулла и гамма-распределением при уровне значимости $p = 0,05$. Разновысотности вершин зерен кругов 1A1 250*76*15*5 AC6 160/125 4-M2-01 и 1A1 250*76*15*5 AC6 250/200 4-M2-01 – законом распределения Вейбулла и гамма-распределением при том уровне значимости. Распределение Рэлея не является адекватным по отношению к эмпирическим данным о разновысотности вершин зерен ни для одного круга и далее не рассматривается.

Для дальнейших исследований погрешности математического описания распределения разновысотности в качестве активных зёрен были приняты только те зёरна, разновысотность которых относительно наиболее выступающего зерна не превышает 20 мкм. Это обусловлено тем, что для алмазных кругов трёх исследуемых зернистостей первоначальная глубина шлифования по упругой схеме заправленным кругом с силой поджима $P_n = 80$ Н образцов из быстрорежущей стали Р6М5Ф3 не превысила 18 мкм. Увеличение силы поджима и, соответственно, увеличение фактической глубины шлифования с высокой вероятностью привело бы появлению дефектов на обработанной поверхности (прижогов).

Погрешность математического описания распределения вершин активных зерен, вероятность участия которых в процессе удаления обрабатываемого материала наиболее велика, рассмотренными законами распределения для шлифовального круга зернистостью 100/80 наглядно представлена на рис. 2.

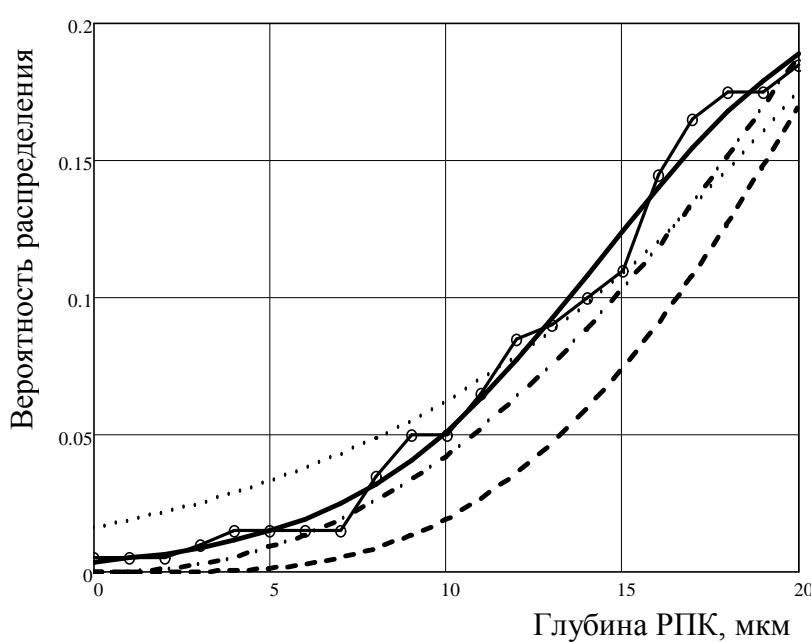


Рис. 2. Распределение вершин активных зерен по глубине рабочей поверхности круга зернистостью 100/80

Для оценки по-
грешности описания
рассматриваемыми за-
конами распределения
наиболее выступающих
зерен, была проведена
аппроксимация значе-
ний вероятности рас-
пределения количества
вершин зерен (N) на
фактическую глубину x
до 20 мкм от наиболее
выступающего зерна.
Наиболее близко (коэф-
фициент корреляции
 $r = 0,995$ для круга зер-
нистостью 100/80 и
 $r = 0,998$ для кругов
зернистостью 160/125 и
250/200) вероятность
распределения описы-
вается выражением [6]:

$$N = \frac{a}{1 + b \cdot \exp(-c \cdot x)}. \quad (5)$$

Значения коэффициентов a , b в формуле (5) для кругов различной зернистости хаотично изменяются с увеличением размеров алмазного зерна, а значение коэффициента c – возрастает с ростом зернистости.

На рис. 2 сплошной линией с метками показаны реальные (эмпирические) значения количества зерен на данном уровне по результатам профилографирования, сплошной линией – результаты аппроксимации вероятности распределения с помощью формулы (5), пунктирной – гамма-распределение, штрих-пунктирной – распределение Вейбулла, точечной – распределение по нормальному закону.

Относительная погрешность ψ описания распределения активных зерен шлифовального круга на каждом уровне от наиболее выступающего зерна рассчитывалась по формуле:

$$\psi = \frac{|N_p - N_a|}{N_a}, \quad (6)$$

где N_p – значения функции вероятности распределения вершин алмазных зерен для исследуемого закона; N_a – аппроксимированное значение экспериментальной вероятности, определённое по формуле (5).

Результаты расчета погрешности математического описания распределения по формуле (6) графически представлены на рис. 3.

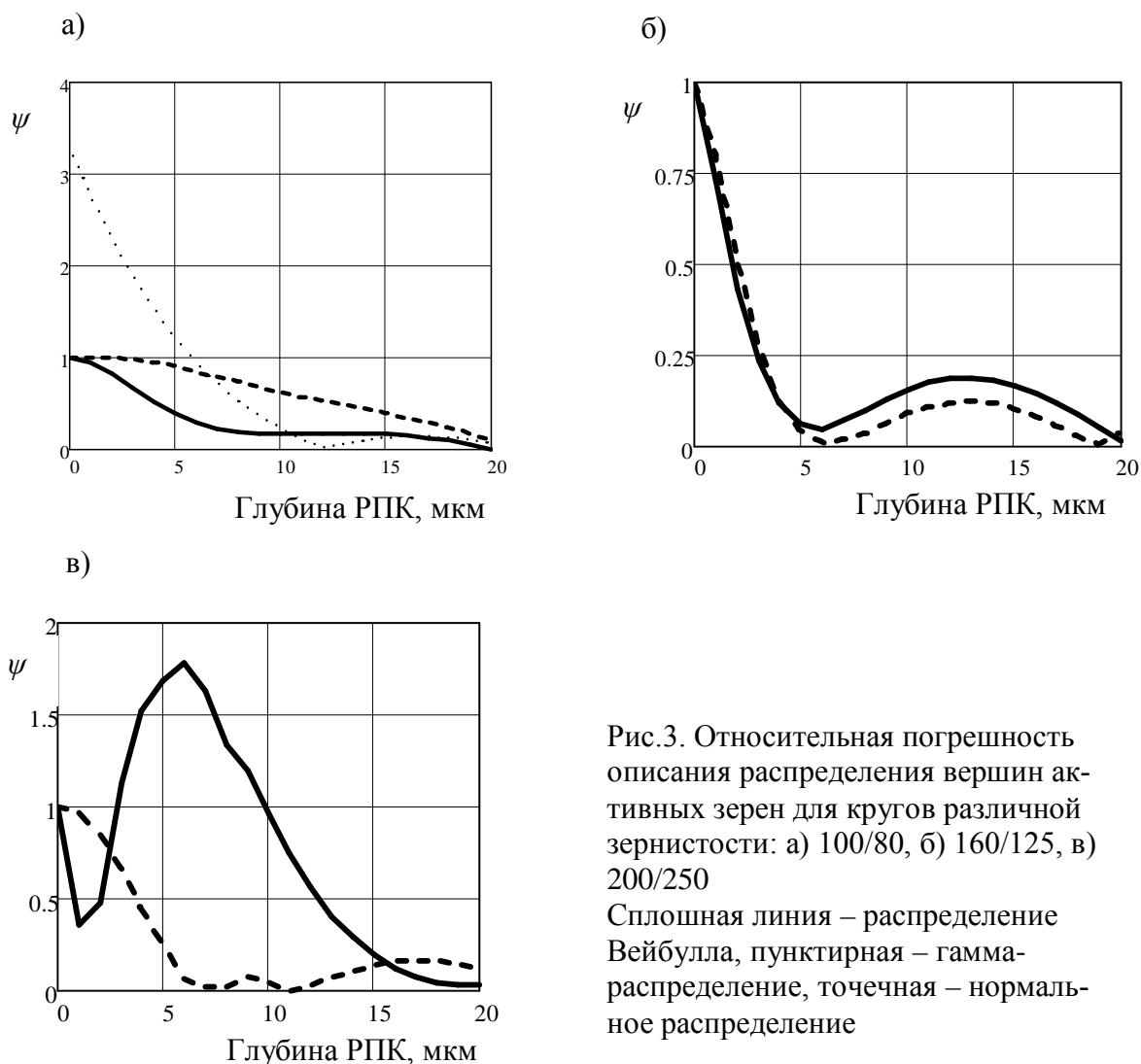


Рис.3. Относительная погрешность описания распределения вершин активных зерен для кругов различной зернистости: а) 100/80, б) 160/125, в) 200/250

Сплошная линия – распределение Вейбулла, пунктирная – гамма-распределение, точечная – нормальное распределение

Анализ полученных результатов показывает, что для всех исследованных законов распределения наиболее существенная погрешность описания количества вершин алмазных зерен находится в диапазоне от 0 до 5 мкм, а для круга зернистостью 100/80 – в диапазоне от 0 до 10?15 мкм. Среднее значение относительной погрешности для закона нормального распределения составило $\psi_{cp} = 0,8$; для распределения Вейбулла: $\psi_{cp} = 0,32$ у круга зернистостью 100/80, $\psi_{cp} = 0,21$ у круга зернистостью 160/125, $\psi_{cp} = 0,74$ у круга зернистостью 250/200; для гамма-распределения: $\psi_{cp} = 0,62$ у круга зернистостью 100/80, $\psi_{cp} = 0,18$ у круга зернистостью 160/125, $\psi_{cp} = 0,26$ для круга зернистостью 250/200. Явно выраженной закономерности у зависимости погрешности математического описания распределения разновысотности вершин зерен от глубины РПК законами распределения Вейбулла, Гаусса и гамма-распределением для алмазных шлифовальных кругов зернистостей 100/80, 160/125 и 200/250 не наблюдается. Отметим, что для всех зернистостей традиционно используемые законы распределения дают значительную в абсолютном выражении погрешность математического представления распределения активных зерен по глубине РПК, что обуславливает необходимость проведения дальнейших исследований в этом направлении.

3. Заключение

Проведенные исследования показали, что описание разновысотности вершин зерен по всей глубине рабочей поверхности алмазных кругов с помощью традиционно используемых для этой цели законов распределения дает существенную, до 1,5 раз, погрешность определения количества наиболее выступающих, активных режущих зерен шлифовального круга. На основании этого для получения более корректных результатов при расчете производительности обработки и определении показателей качества обработанной поверхности целесообразно аппроксимировать распределение вершин только активных зерен с использованием специфических математических средств. Глубина расположения вершин активных зерен, распределение которых подлежит аппроксимации, определяется по толщине слоя материала, сошлифовываемого за один проход инструмента при наиболее высокой режущей способности шлифовального круга на протяжении периода его стойкости.

Список литературы:

1. Резников А.Н. Теплофизика процессов механической обработки материалов / А.Н. Резников. – М. : Машиностроение, 1981. – 279 с.
2. Добросок В.Л. Модификация законов распределения на основе нормального для решения задач статистического моделирования параметров шлифовальных кругов, связанных с исходными характеристиками шлифпорошков / В.Л. Добросок // Резание и инструмент в технологических системах. – Харьков : ХГПУ, 2000. – Вып.56. – С.55-64.
3. Байкалов А.К. Введение в теорию шлифования материалов / А.К. Байкалов – К.: Наукова думка, 1978. – 207 с.
4. Матюха П.Г. Научные основы стабилизации выходных показателей алмазного шлифования с помощью управляющих воздействий на рабочую поверхность круга: автореф. дис. ... докт. техн. наук: 05.03.01 / Матюха Петр Григорьевич; ХГПУ. – Харьков, 1996. – 48 с.
5. А.с. 775614 СССР, МКИ 01 В7/34. Устройство для регистрации рельефа поверхности абразивных инструментов / П.Г. Матюха, Э.Р. Гафаров; Донец. политехн. ин-т (СССР).
6. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика / А.И. Кобзарь. – М. Физматлит, 2006. – 814 с.

Надійшла до редколегії 26.12.2014.

A.V. Baykov, V.V. Poltavets

ERROR OF MATHEMATICAL DESCRIPTION OF DIFFERENCE OF ALTITUDE OF ACTIVE GRAINS OF DIAMOND GRINDING TOOLS

The methods of mathematical description of distribution in altitude of diamond grains tips for grinding wheels by the different distribution laws are considered. Description error of difference of altitude of active grains tips is assessed. It is offered the approach to realization of this description.

Key words: grinding wheel, diamond grain, difference of altitude, approximation, description error.

А.В. Байков, В.В. Полтавець

ПОХИБКА МАТЕМАТИЧНОГО ОПИСУ РОЗПОДІЛУ РІЗНОВИСОТНОСТІ АКТИВНИХ ЗЕРЕН АЛМАЗНОГО ШЛІФУВАЛЬНОГО ІНСТРУМЕНТА

Розглянуті способи математичного опису розподілу по висоті вершин алмазних зерен шліфувальних кругів за допомогою різних законів розподілу. Оцінена похибка опису різновисотності вершин активних зерен. Запропонованій підхід до здійснення даного опису.

Ключові слова: шліфувальний круг, алмазне зерно, різновисотність, апроксимація, похибка опису.