УДК 621.833

В.Н. Стрельников, д-р техн. наук, проф.,
Г.С. Суков, канд. эконом. наук, **М.Г. Суков**
ПАО Новокраматорский машиностроительный завод, Украина
Тел./факс: 38 (06264) 7 – 22 – 49; E-mail: rs@nkmz.donetsk.ua

НАПРЯЖЕННО – ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ГИБКОГО КОЛЕСА ПРЕДСТАВЛЕННОГО СОПРЯЖЕНИЕМ КОЛЬЦА И ОБОЛОЧКИ

Изложено решение задачи теории упругости о напряженно – деформированном состоянии гибкого колеса волновой зубчатой передачи. Математическая модель гибкого колеса представлена в виде сочленения кольца с цилиндрической оболочкой. Для решения задачи напряженного состояния гибкого колеса записано уравнение функции напряжений в операторах Власова и составлены граничные условия, исходя из взаимодействия оболочки с зубчатым и шлицевым венцом. Решение задачи найдено в форме рядов. Для торца оболочки, который сопрягается с зубчатым венцом, выполнен предельный переход и получены специальные расчетные формулы. На основе полученного решения разработан алгоритм для расчета.

Ключевые слова: *колесо, оболочка, кольцо, сила, момент, перемещение, напряжения*

1.Введение

Перспективным направлением совершенствования приводной техники является использование волновых зубчатых передач. Обладая высокой несущей способностью, эти передачи охватывают широкий диапазон передаточных отношений, от 80 до 400 в одной ступени, часто использующийся в механических приводах тяжелых машин. Высокая нагрузочная способность волновых передач, обусловленная многопоточностью трансформации механической энергии в зубчатом зацеплении, а также значительная кинематическая эффективность, существенно улучшают их массогабаритные характеристики в сопоставлении с другими видами механических передач [1 – 3].

Анализ исследований в области зубчатых передач с гибкими звеньями показал, что на сегодняшний день не в полной мере разработаны научные основы и теоретические положения, связанные с созданием высоконагруженных волновых передач применительно к отрасли тяжёлого машиностроения. Требуют теоретических и экспериментальных исследований вопросы прочности гибкого колеса, представляющего наиболее нагруженное звено волновой передачи, осуществляющее работу зубчатого зацепления за счет перманентной деформации, вызываемой генератором волн [4, 5].

В то же время, в крупных волновых передачах деформации гибкого колеса существенно искажают условия зубчатого зацепления, что свидетельствует об актуальности задачи исследования напряженно – деформированного состояния гибкого колеса. Также требуют значительной доработки и уточнения практические рекомендации, касающиеся совершенствования руководящих технических материалов по расчету, конструированию и технологии производства крупных волновых редукторов применительно к тяжелому машиностроению.

Целью работы является решение задачи напряженно – деформированного состояния гибкого колеса и определения поля напряжений, а также разработка рекомендаций по снижению напряжений в оболочке гибкого колеса.

2. Основное содержание и результаты работы

Для решения задачи напряженного состояния гибкого колеса записано уравнение функции напряжений в операторах Власова и составлены граничные условия, исходя из взаимодействия оболочки с зубчатым и шлицевым венцом.

Для получения граничных условий на торце оболочки со стороны зубчатого венца рассмотрена деформация зубчатого венца, под действием приложенных сил с учетом взаимодействия венца с торцом оболочки. Граничные условия для торца оболочки со стороны шлицевого венца определялись из предположения, что венец, по отношению к оболочке, является абсолютно жестким конструктивным элементом.

Решение задачи найдено в форме рядов. Для торца оболочки, который сопрягается с зубчатым венцом, выполнен предельный переход и получены специальные расчетные формулы. На основе полученного решения разработан алгоритм для расчета и выполнен расчет.

Особенностью деформирования зубчатого венца гибкого колеса является наличие зоны, свободной от воздействия генератора волн, что приводит к неравномерности распределения окружных усилий в зубчатом венце. Цилиндрическая оболочка выравнивает распределение окружных усилий, и при этом выполняет функции демпфера. Механические и прочностные свойства оболочки оказывают существенное влияние на напряженное состояние, несущую способность и долговечность гибкого колеса. Напряженное состояние оболочки является результатом действия крутящего момента и краевого эффекта на стыке оболочки и зубчатого венца.

Так как на оболочку не действуют внешние осевые силы, а торцы зубчатого и шлицевого венцов свободны от нагрузки, можно принять, что на торцах оболочки отсутствуют осевые усилия

$$\left(N_x\right)_{x=0} = 0, \qquad \left(N_x\right)_{x=q} = 0, \tag{1}$$

где $q = \dfrac{l}{a}$; $l -$ длина оболочки.

Шлицевый венец гибкого колеса предполагается нерастяжимым. Считаем равным нулю смещения точек шлицевого венца в окружном направлении

$$\left(V\right)_{x=q} = 0. \tag{2}$$

Четвертое граничное условие получаем, рассматривая взаимодействие зубчатого венца с торцом оболочки, при $x = 0$. При деформации зубчатого венца с торцом оболочке передается касательное усилие S.

В качестве расчетной модели для зубчатого венца примем кольцо, ширина которого b_1 равна ширине зубчатого венца, а толщина h_1 – среднему арифметическому толщин зубчатого венца по окружностям впадин и выступов. Выделим элемент кольца (рис. 1) и составим уравнения равновесия

$$\begin{aligned} &\sum Y = dN_\theta + S\,a\;d\theta + Q\;d\theta = 0,\\ &\sum Z = dQ - N_\theta\,d\theta + q_n a\;d\theta = 0,\\ &\sum M_x = dM - Q\,a\;d\theta = 0. \end{aligned} \tag{3}$$

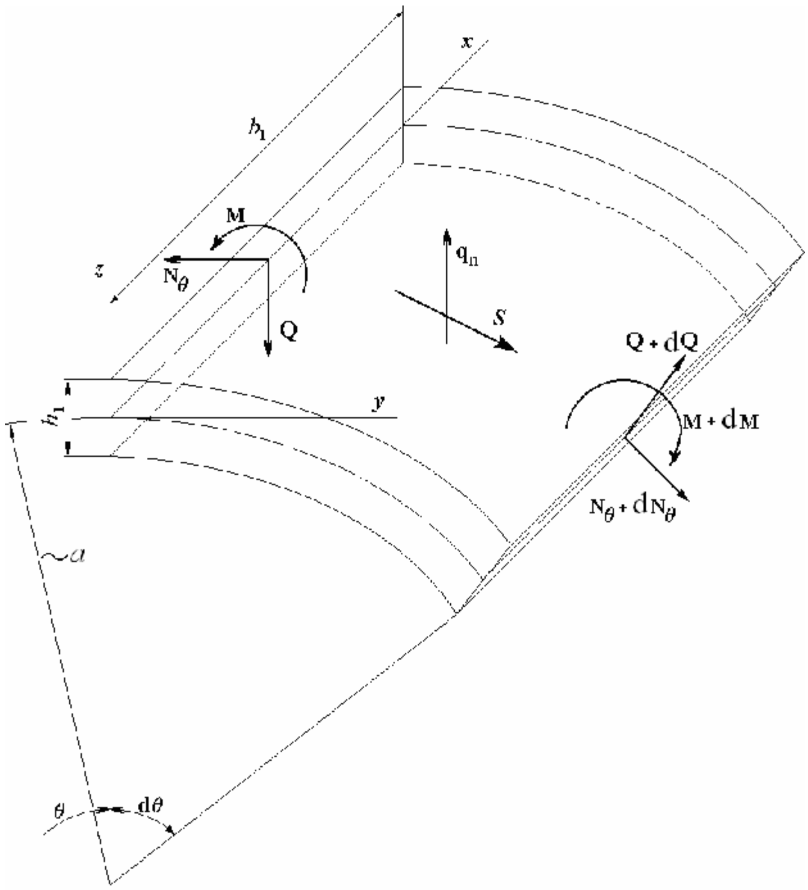

Рис. 1. Силы и моменты, приложенные к элементу зубчатого венца

Исключим из системы уравнений (3) N_θ и θ

$$\frac{d^3M}{d\theta^3} + \frac{dM}{d\theta} + a^2\,S = -\,a^2\,\frac{dq_n}{d\theta}, \tag{4}$$

где q_n – интенсивность нагрузки со стороны дисков генератора волн.

Изгибающий момент связан с изменением кривизны кольца [4]

$$M = \frac{E\,I_x}{a^2}\left(\frac{dV_0}{d\theta} - \frac{d^2W_0}{d\theta^2}\right), \tag{5}$$

где I_x – момент инерции поперечного сечения кольца; V_0, W_0 – тангенциальные и радиальные перемещения точек срединной поверхности, совпадающие с перемещениями торца оболочки.

Из условия нерастяжимости срединной поверхности, получим

$$\frac{dV_0}{d\theta} = -W_0. \qquad (6)$$

Заменим в формуле (5) производную $\left(\frac{dV_0}{d\theta}\right)$ соответствующим значением из выражения (6), получим

$$M = -\frac{E\,I_x}{a^2}\left(W_0 + \frac{d^2W_0}{d\theta^2}\right). \qquad (7)$$

В результате подстановки выражения (7) в (4), граничное условие примет вид

$$\left\{S - \frac{E\,I_x}{a^2}\left(\frac{d^5W_0}{d\theta^5} + 2\frac{d^3W_0}{d\theta^3} + \frac{dW_0}{d\theta}\right)\right\}_{x=0} = -\frac{dq_n}{d\theta}. \qquad (8)$$

В уравнение (8) подставим соответствующие значения производных и после преобразования получим

$$\left\{S - 2E\xi^3\sqrt{3}\left(\frac{b_1}{a}\right)\left(\frac{h_1}{h}\right)^3\left(\frac{\partial^5W}{\partial\theta^5} + \frac{\partial^3W}{\partial\theta^3} + \frac{\partial W}{\partial\theta}\right) + \frac{dq_n}{d\theta}\right\}_{x=0} = 0, \qquad (9)$$

Задачу о напряженном состоянии оболочки под действием краевого эффекта представленного через функцию напряжений, удовлетворяющую дифференциальному уравнению

$$\frac{\partial^4\Phi}{\partial x^4} + \xi^2\left(\frac{\partial^8\Phi}{\partial\theta^8} + 2\frac{\partial^6\Phi}{\partial\theta^6} + \frac{\partial^4\Phi}{\partial\theta^4}\right) = 0, \qquad (10)$$

где $x = \frac{X}{a}$ – безразмерный параметр; X – линейный размер, отсчитанный от торца оболочки вдоль образующей; θ – угловая координата.

Силовые факторы в сечениях оболочки координатными плоскостями (рис. 2) и смещения U, V, W вдоль координатных линий выражаются через производные функции напряжений

$$N_x = \frac{E\,h}{a^2}\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}\right), \qquad N_\theta = -\frac{D}{a^4}\left(\frac{\partial^4\Phi}{\partial\theta^4} + \frac{\partial^6\Phi}{\partial\theta^6}\right), \qquad M_\theta = -\frac{D}{a^3}\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial\theta^2} + \frac{\partial^4\Phi}{\partial\theta^4}\right), \qquad (11)$$

$$\frac{\partial S}{\partial\theta} = -\frac{E\,h}{a^3}\frac{\partial^3\Phi}{\partial x^3}, \qquad \frac{\partial S}{\partial x} = \frac{D}{a^4}\left(\frac{\partial^3\Phi}{\partial\theta^3} + 2\frac{\partial^5\Phi}{\partial\theta^5} + \frac{\partial^7\Phi}{\partial\theta^7}\right), \qquad (12)$$

$$U = \frac{1}{a}\frac{\partial \varPhi}{\partial x}, \qquad V = -\frac{1}{a}\frac{\partial \varPhi}{\partial \theta}, \qquad W = \frac{1}{a}\frac{\partial^2 \varPhi}{\partial \theta^2}, \tag{13}$$

где $D = \frac{E h^3}{12}$ – цилиндрическая жесткость, при $V = 0$.

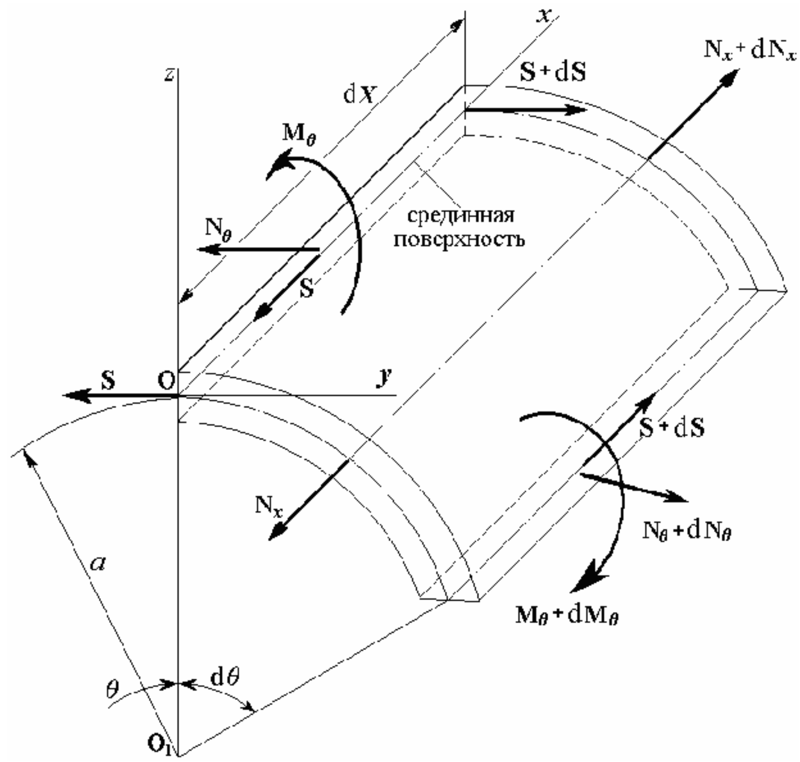

Рис. 2. Силы и моменты, приложенные к элементу оболочки гибкого колеса

Деформация оболочки симметрична относительно оси генератора волн, решение уравнения (10) отыскиваем в виде ряда по косинусам

$$\varPhi = \sum_{k=1}^{\infty} \varPhi_k(x) \cos k\theta. \tag{14}$$

Подставив выражение (14) в уравнение (10), получим последовательность дифференциальных уравнений $\varPhi_k(K = 2,\ 4,\ \ldots)$

$$\varPhi_k^{(4)}(x) + 4m_k^4 \varPhi_k(x) = 0, \tag{15}$$

где $m_k = K\sqrt{\xi\left(\frac{k^2-1}{2}\right)}$.

Функции $\varPhi_k(x)$ выражаются через функции Крылова

$$\varPhi_k(x) = C_{k_1} K_1(m_k x) + C_{k_2} K_2(m_k x) + C_{k_3} K_3(m_k x) + C_{k_4} K_4(m_k x). \tag{16}$$

Из граничных условий получаем систему уравнений для коэффициентов $C_{k\,i}\,(i=1,\ 2,\ 3,\ 4)$. Для этого в уравнения граничных условий (1) и (2), в соответствии с формулами (11) и (13) вводим функцию напряжений, используя ее представления по формулам (14) и (16).

Усилие S находим, составляя полный дифференциал

$$d\,S = \frac{\partial\,S}{\partial\,x}d\,x + \frac{\partial\,S}{\partial\,\theta}d\,\theta. \tag{17}$$

Заменяем частные производные $\frac{\partial\,S}{\partial\,\theta}$ и $\frac{\partial\,S}{\partial\,x}$ по формулам (12), (14) , (15), интегрированием определяем искомое усилие S

$$S = -\frac{E\,h}{a^2}\sum_{k=2,\,4,\,...}\frac{1}{k}\Phi_k'''(x)\sin k\theta. \tag{18}$$

Распределенную на участках зубчатого венца нагрузку q_n заменим равнодействующими сосредоточенными силами, что учитывается в запас прочности оболочки. Нагрузку из двух сосредоточенных сил разложим в ряд Фурье

$$q_n = \frac{P}{\pi\,a}\left(1 + 2\sum_{k=2,\,4,\,...}\cos k\,\theta\right). \tag{19}$$

В выражении (8) выполним замену $S,\ W,\ q_n$ по формулам (18), (13), (19). Получим четвертое уравнение, содержащее постоянные коэффициенты $C_{k_1}, C_{k_2}, C_{k_3}, C_{k_4}$. Решая систему уравнений, находим коэффициенты разложения и функцию напряжений

$$\Phi = -\frac{\mathrm{P}\left(\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b_1}}\right)\left(\frac{\mathrm{h}}{\mathrm{h_1}}\right)^2}{\pi\,\mathrm{E}\,\xi^2\sqrt{3}}\sum_{k=2,\,4,\,....}\left\{\left(\frac{ch\,m_k(2q-x)\cos m_k x - ch\,m_k x\cos m_k(2q-x)}{ch\,2m_k q - \cos 2m_k q + \lambda_k(sh\,2m_k q - \sin 2m_k q)}\right)\frac{\cos k\theta}{k^2(k^2-1)^2}\right\}. \tag{20}$$

Из конструктивных условий известна максимальная радиальная деформация Δ зубчатого венца при $x=0$. С помощью формулы (13) выразим усилие P через деформацию Δ и подставим в формулу (7)

$$\Phi = -\frac{a\,\Delta}{R_\Delta}\sum_{k=2,\,4,\,....}\left\{\left(\frac{ch\,m_k(2q-x)\cos m_k x - ch\,m_k x\cos m_k(2q-x)}{ch\,2m_k q - \cos 2m_k q + \lambda_k(sh\,2m_k q - \sin 2m_k q)}\right)\frac{\cos k\theta}{k^2(k^2-1)^2}\right\}. \tag{21}$$

Величины $m_k,\ \lambda_k,\ R_\Delta$ вычисляются по формулам

$$m_k = k\sqrt{\left(\frac{k^2-1}{2}\right)\xi}, \qquad \lambda_k = \frac{\left(\left(\frac{a}{b_1}\right)\left(\frac{h}{h_1}\right)\right)^3}{k\sqrt{2\xi\left(k^2-1\right)}},$$
$$R_\Delta = \sum_{k=2,4,\ldots}^{\infty}\frac{1}{\left(k^2-1\right)^2\left[1+\lambda_k\left(\frac{sh\,2m_kq-\sin 2m_kq}{ch\,2m_kq-\cos 2m_kq}\right)\right]}. \tag{22}$$

С помощью формул (16), (11), (22) получим расчетные формулы для сил и моментов

$$N_x = -\frac{2E\Delta\xi^2}{R_\Delta}\sum_{k=2,4,\ldots}^{\infty}\left\{\frac{\left[e^{-m_kx}-e^{-m_k(4q-x)}\right]\sin m_kx-}{1+\lambda_k-2\left(\cos 2m_kq+\lambda_k\sin 2m_kq\right)e^{-2m_kq}+}\right.$$
$$\left.\frac{-\left[e^{-m_k(2q-x)}-e^{-m_k(2q+x)}\right]\sin m_k(2q-x)}{+\left(1-\lambda_k\right)e^{-4m_kq}}\cdot\frac{\cos k\theta}{\left(k^2-1\right)}\right\}, \tag{23}$$

$$N_\theta = -\frac{2E\Delta\xi^3\sqrt{3}}{R_\Delta}\sum_{k=2,4,\ldots}^{\infty}\left\{\frac{\left[e^{-m_kx}+e^{-m_k(4q-x)}\right]\cos m_kx-}{1+\lambda_k-2\left(\cos 2m_kq+\lambda_k\sin 2m_kq\right)e^{-2m_kq}+}\right.$$
$$\left.\frac{-\left[e^{-m_k(2q-x)}+e^{-m_k(2q+x)}\right]\cos m_k(2q-x)}{+\left(1-\lambda_k\right)e^{-4m_kq}}\cdot\frac{k^2}{\left(k^2-1\right)}\cos k\theta\right\}, \tag{24}$$

$$S = -\frac{E\Delta\xi^{2,5}\sqrt{6}}{R_\Delta}\sum_{k=2,4,\ldots}^{\infty}\left\{\frac{\left\langle e^{-m_kx}\left(\cos m_kx-\sin m_kx\right)+e^{-m_k(2q-x)}\times\right.}{\left[\left(1+\lambda_k\right)-2\left(\cos 2m_kq+\lambda_k\sin 2m_kq\right)\times\right.}\right.$$
$$\frac{\times\left[\cos m_k(2q-x)-\sin m_k(2q-x)\right]-e^{-m_k(2q+x)}\left[\cos m_k(2q-x)+\right.}{\left.\times e^{-2m_kq}+\left(1-\lambda_k\right)e^{-4m_kq}\right]\times}$$
$$\left.\frac{\left.+\sin m_k(2q-x)\right]-e^{-m_k(4q-x)}\left(\cos m_kx+\sin m_kx\right)\right]\sin k\theta}{\times\sqrt{\left(k^2-1\right)}}\right\}, \tag{25}$$

$$M_\theta = -\frac{2E\Delta\xi^3\sqrt{3}}{R_\Delta}\sum_{k=2,4,\ldots}^{\infty}\left\{\frac{\left\langle\left[e^{-m_kx}+e^{-m_k(4q-x)}\right]\cos m_kx-\right.}{\left(1+\lambda_k\right)-2\left(\cos 2m_kq+\lambda_k\sin 2m_kq\right)\times}\right.$$
$$\left.\frac{-\left[e^{-m_k(2q-x)}+e^{-m_k(2q+x)}\right]\cos m_k(2q-x)\right\rangle\cos k\theta}{\left.\times e^{-2m_kq}+\left(1-\lambda_k\right)e^{-4m_kq}\right]\left(k^2-1\right)}\right\}. \tag{26}$$

Ряды для силовых факторов N_x и M_θ сходятся абсолютно при всех значениях x, для N_θ и S – при $x \neq 0$. При $x = 0$ расчетные формулы получаем с помощью метода улучшения сходимости рядов

$$N_\theta = \frac{\sqrt{3}\ E\Delta\xi^{\,3}}{R_\Delta} + \frac{2\sqrt{3}\ E\Delta\xi^{\,3}}{R_\Delta} \sum_{k=2,\,4,\,\ldots}^{\infty} \Big\{ \Big\langle \lambda_k \left[1 - e^{-4m_k q} - \right.$$

$$\left. - 2e^{-2m_k q} \cdot \sin 2m_k q \right] - \frac{1}{\left(k^2 - 1\right)} \left[1 + e^{-4m_k q} - 2e^{-2m_k q} \cdot \cos 2m_k q\right] \Big\rangle \times$$

$$\times \frac{\cos k\theta}{\left[\left(1+\lambda_k\right) - 2\left(\cos 2m_k q + \lambda_k \sin 2m_k q\right) \times e^{-2m_k q} + \left(1-\lambda_k\right) e^{-4m_k q}\right]} \Big\}, \tag{27}$$

$$S = \frac{E\Delta\xi^{\,2{,}5}\sqrt{6}}{3R_\Delta}\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + \frac{E\Delta\xi^{\,2{,}5}\sqrt{6}}{2R_\Delta} \sum_{k=2,\,4,\,\ldots}^{\infty} \left\{ \frac{1}{k\left[k + \sqrt{\left(k^2-1\right)}\right]} - \right.$$

$$- \frac{1}{k}\left[\lambda_k - 2\left(\cos 2m_k q + \lambda_k \sin 2m_k q\right) e^{-2m_k q} + \left(1-\lambda_k\right) e^{-4m_k q}\right] -$$

$$\left. - \frac{\left(2\sin 2m_k q + e^{-2m_k q}\right) e^{-2m_k q} \cdot \sin k\theta}{\left[\left(1+\lambda_k\right) - 2\left(\cos 2m_k q + \lambda_k \sin 2m_k q\right) \times e^{-2m_k q} + \left(1-\lambda_k\right) e^{-4m_k q}\right]\sqrt{\left(k^2-1\right)}} \right\}. \tag{28}$$

Напряженное состояние оболочки определяется напряжениями σ_x, σ_θ, τ (рис. 3 – 7)

$$\sigma_x = \frac{N_x}{h}, \qquad \sigma_\theta = \frac{N_\theta}{h} + \frac{12 M_\theta\, z}{h^2}, \qquad \tau = \frac{S}{h}. \tag{29}$$

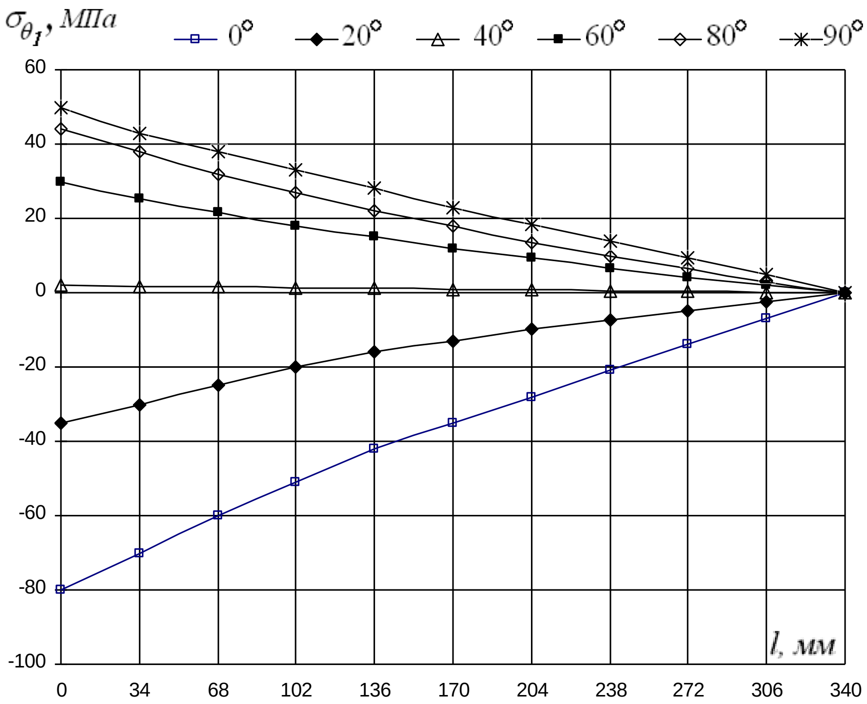

Рис. 3. Распределение нормальных напряжений по внешнему контуру оболочки гибкого колеса с толщиной стенки *h = 13,5 мм*

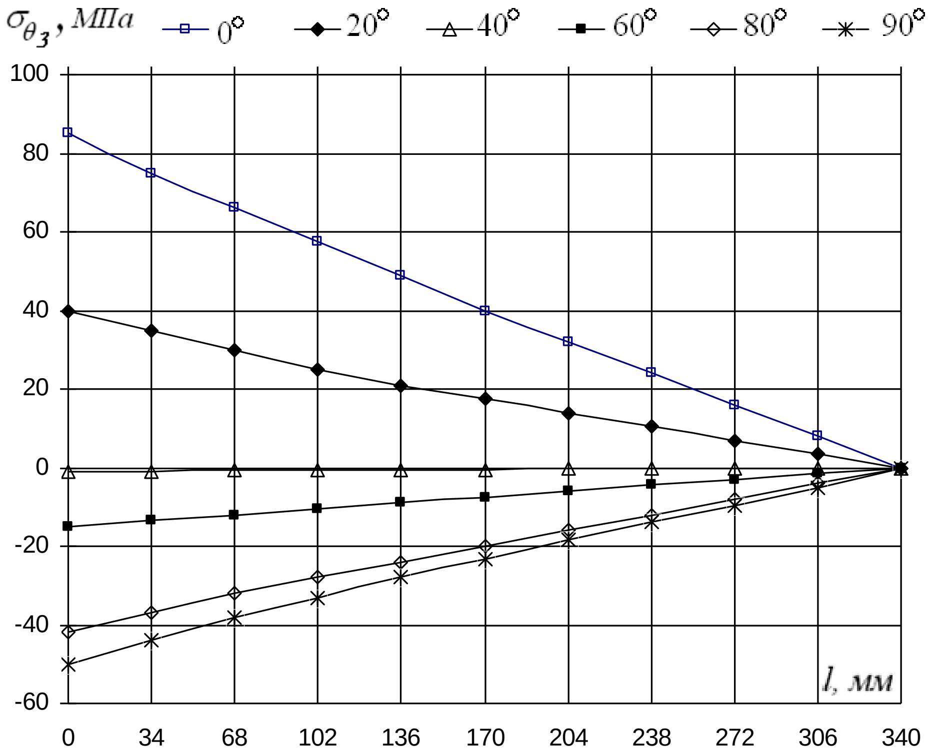

Рис. 4. Распределение нормальных напряжений по внутреннему контуру оболочки гибкого колеса с толщиной стенки *h = 13,5 мм*

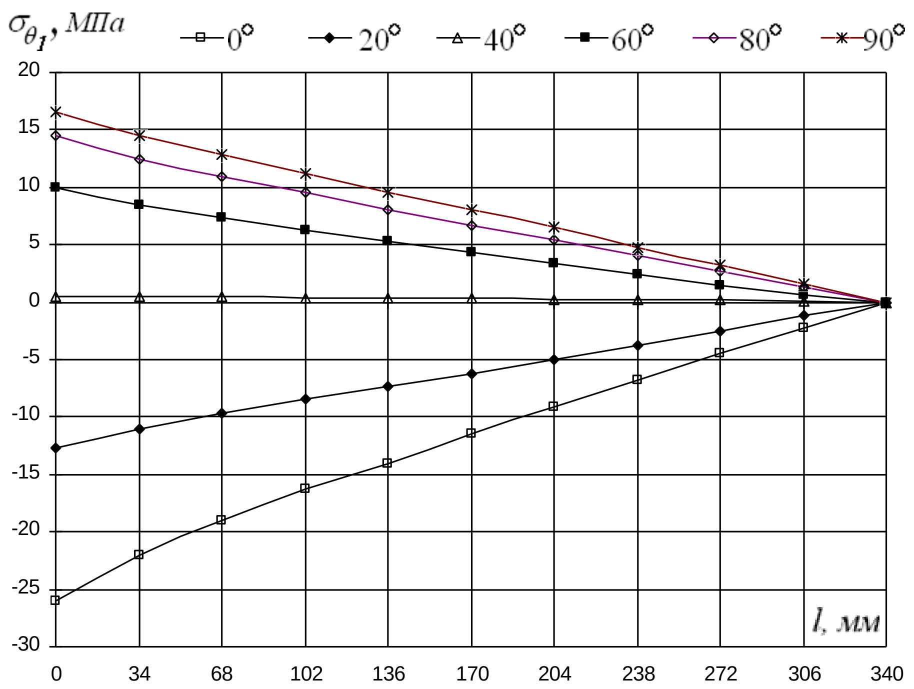

Рис. 5. Распределение нормальных напряжений по внешнему контуру оболочки гибкого колеса с толщиной стенки *h = 6,75 мм*

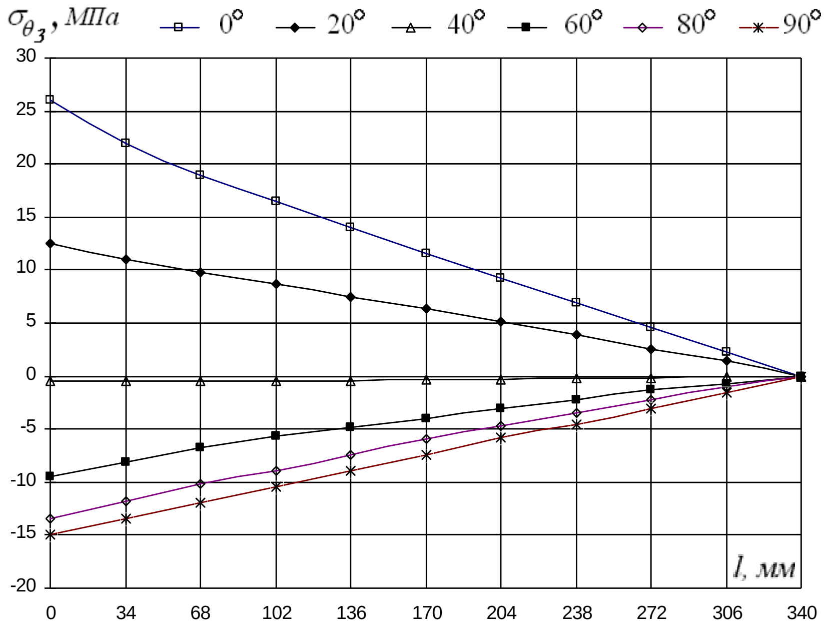

Рис. 6. Распределение нормальных напряжений по внутреннему контуру оболочки гибкого колеса с толщиной стенки *h =6,75 мм*

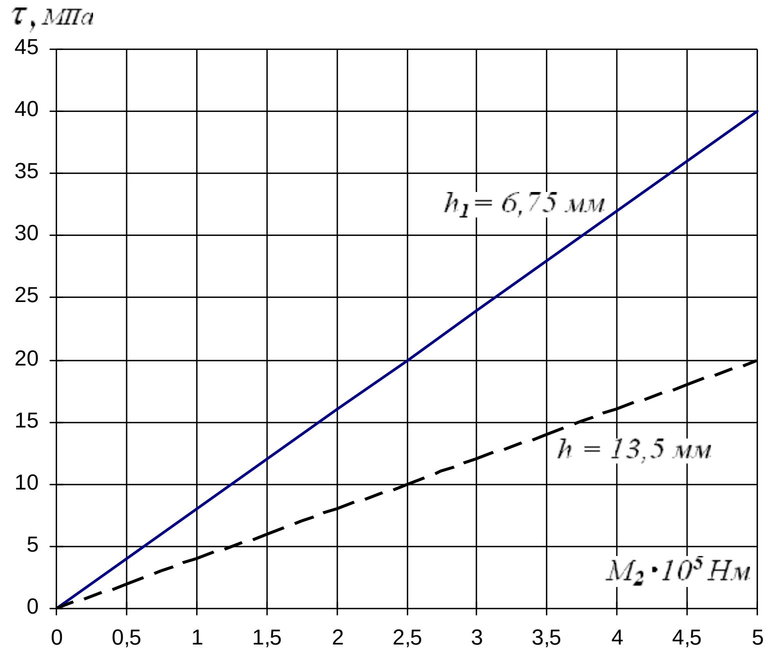

Рис. 7. Распределение касательных напряжений кручения в оболочке гибкого колеса с номинальной толщиной стенки $h = 13,5$ *мм* и уменьшенной вдвое $h_1 = 6,75$ *мм*, в зависимости от величины вращающего момента M_2

Положительное направление соответствует внешним волокнам. Числовой расчет напряженного состояния оболочки гибкого колеса выполнен для волнового редуктора механизма привода рудоразмольной мельницы, с заданными размерами: $a = 548,3$ *мм*; $l = 340$ *мм*; $h = 13,5$ *мм*; $h_1 = 15,8$ *мм*; $b_1 = 100$ *мм*; $\Delta = 2,255$ *мм*. Результаты расчета представлены графически на рис. 3 - 4. Для сравнения выполнен расчет оболочки с уменьшенной в два раза толщиной стенки оболочки гибкого колеса, их распределение в оболочке показано на рис. 5 - 6.

3. Заключение

1. Разработана математическая модель напряженно – деформированного состояния гибкого колеса волновой зубчатой передачи представленной в виде сопряжения кольца, представляющего зубчатый венец, и цилиндрической оболочки. Напряженное состояние оболочки является результатом действия крутящего момента и краевого эффекта на стыке оболочки и зубчатого венца. Влияние краевого эффекта рассматриваем как поле возмущений, наложенное на поле касательных напряжений при передаче крутящего момента.

2. Влияние краевого эффекта на напряженное состояние оболочки связано с напряжениями изгиба σ_{θ_1} и σ_{θ_2}, величина которых снижается при уменьшении толщины оболочки.

3. В целях оптимизации толщины оболочки, следует минимизировать жесткость кручения при обеспечении прочности с учетом напряжений краевого эффекта и касательных напряжений при передаче крутящего момента.

Список литературы:

1. Волков Д.П., Крайнев А.Ф. Волновые зубчатые передачи. – К.: Техника, 1976. – 224 с.

2. Гинзбург Е.Г. Волновые зубчатые передачи.– Л.: Машиностроение, 1969.– 160с.

3. Ковалёв Н.А. Передачи гибкими колёсами. – М.: Машиностроение, 1979. – 200 с.

4. Иванов М.Н. Волновые зубчатые передачи. – М.: Высшая школа, 1981.–184 с.

5. Шувалов С. А. Расчёт волновых передач с учётом податливости звеньев // Вестник машиностроения. – 1974. - № 6. – С. 46 – 51.

V.N. Strelnikov, G.S. Sukov, M.G. Sukov

RING-SHELL COUPLING FLEXIBLE GEAR DEFLECTED MODE

Elastic problem solving of wave gear flexible gear deflected mode is set out. Flexible gear mathematical model is described as coupling of ring and cylindrical shell. For tension problem solving stress function equation was written in Vlasov's abstract functions and boundary conditions were composed from shell and gear and spline rings interaction. Problem was solved in rows. For shell butt, which is coupled with gear ring, boundary transition was made up and special design formula was received. Design procedure was worked out on solving base.

Key words: *wheel, shell, ring, force, torque, movement, tension.*

В.М. Стрельніков, Г.С. Суков, М.Г. Суков

НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ГНУЧКОГО КОЛЕСА ПРЕДСТАВЛЕНОГО СПОЛУЧЕННЯМ КІЛЬЦЯ ТА ОБОЛОНКИ

Викладено розв'язання задачі теорії пружності про напружено-деформований стан гнучкого колеса хвильової зубчастої передачі. Математична модель гнучкого колеса представлена у вигляді зчленування кільця з циліндричною оболонкою. Для розв'язання задачі напруженого стану гнучкого колеса записане рівняння функції напружень у операторах Власова и складені граничні умови, виходячи з взаємодії оболонки з зубчастим та шліцьовим вінцями. Розв'язання задачі знайдено у вигляді рядів. Для торчака оболонки, котрий сполучається з зубчастим вінцем, виконаний граничний перехід та отримані спеціальні розрахункові формули. На основі отриманого розв'язання розроблено алгоритм для розрахунків.

Ключові слова: *колесо, оболонка, кільце, сила, момент, переміщення, напруження.*

Надійшла до редколегії 11.06.2013 р.