УДК 621.9.06 - 529: 621.7.044

В.Ф. Сорокин, В.В. Комбаров
Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина
Тел. +38 (057) 7884357; E-mail: sovladf@ukr.net

ВЛИЯНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ГЛАДКИХ ТРАЕКТОРИЙ ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ ОБРАБОТКИ НА КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ДВИЖЕНИЯ РАБОЧИХ ОРГАНОВ ОБОРУДОВАНИЯ

Рассмотрена проблема обеспечения плавности изменения кинематических параметров движения инструмента при высокоскоростной обработке. Отмечено, что при криволинейной обработке, скорости движения рабочих органов станка с ЧПУ по каждой оси всегда переменны. Это приводит к появлению осевых ускорений и рывков. Обоснована необходимость представления траектории перемещения инструмента в сплайновых интерполяторах систем ЧПУ сплайн-функциями степени не ниже пятой. Приведены результаты сравнительного эксперимента, показывающего, что при моделировании траектории движения кубическими сплайнами, функции изменения по времени ускорений становятся не гладкими, а функции рывков терпят разрывы.
Ключевые слова: *высокоскоростная обработка, система ЧПУ, интерполяция, скорость, ускорение, рывок.*

1. Введение

В настоящее время в системах ЧПУ при обработке фасонных поверхностей растет использование сплайновых интерполяторов вместо линейных и круговых.

К достоинствам сплайновых интерполяторов относят повышение гладкости траектории движения инструмента, увеличение кинематической и динамической стабильности процесса высокоскоростной обработки, повышение точности и качества обрабатываемой поверхности, сокращение длины управляющей программы и др. [1].

Современные микропроцессорные системы ЧПУ позволяют задавать гладкую траекторию обработки посредством сплайн-функций. В этих системах наибольшее употребление получили NURBS-кривые (Non Uniform Rational B-spline) [6, 7, 11] и B-сплайны (B-spline) [2, 4]. Упоминаются также A-сплайны (Akima spline) и C-сплайны (Cubic spline). Перечень некоторых систем ЧПУ имеющих сплайновый интерполятор, приведен в работах [0].

Разнообразие форм представления гладких траекторий в системах ЧПУ свидетельствует об отсутствии единой формы представления кривых сплайн-функциями, а значит об актуальности продолжения исследований в этом направлении.

Как известно, сплайном степени n дефекта 1 называют кусочно-полиномиальную функцию, состоящую из множества участков полиномов степени n, сопряженных на границах участков до n-1 производной включительно.

В существующих системах ЧПУ в основном применяются сплайн-функции второй и третьей степени [2, 10]. В работах [8, 9, 12] рассматривается возможность использования сплайнов пятой степени, но не обосновывается причина такого решения.

Целью данной статьи является обоснование и экспериментальное подтверждение влияния степени сплайна, как математического параметра гладких траекторий перемещения инструмента при высокоскоростной ЧПУ обработке сложнофасонных поверхностей, на кинематические параметры движения рабочих органов оборудования и

необходимости задания траекторий сплайн-функциями степени не ниже пятой.

2. Основное содержание и результаты работы

Для теоретического обоснования применения в системах ЧПУ сплайнов пятой степени рассмотрим участок криволинейной траектории движения инструмента, параметрическое уравнение которой для трехкоординатной обработки с программируемыми осями X, Y, Z – будет иметь вид:

$$X=x(u); \quad Y=y(u); \quad Z=z(u) \qquad u\in[u_0, u_T], \tag{1}$$

где u_0 – значение параметра в момент времени t=0; u_T – значение параметра в момент времени t=T; T – общее время обработки данного участка (сек); t – текущее время (сек).

Реализация технологического процесса высокоскоростной обработки требует высокой подачи инструмента по контуру обработки, которая задается технологом исходя из условий обеспечения рациональных режимов резания, а возможность получения требуемого качества изготавливаемой детали зависит от стабильности обеспечения заданного скоростного режима и точности позиционирования инструмента.

Однако, из-за криволинейности траектории, даже при постоянной контурной скорости перемещения инструмента, скорости движения рабочих органов станка по каждой отдельной оси, вычисляемые как проекции вектора контурной скорости на соответствующие оси станка, будут переменными. Изменения осевых скоростей приводят к появлению осевых ускорений и рывков.

На появление осевых ускорений и рывков влияют также нормальная (центростремительная) составляющая контурного ускорения, которая прямо пропорциональна кривизне траектории и квадрату скорости перемещения инструмента по этой траектории, а также нормальная составляющая контурного рывка.

В этих условиях естественно предположить, что качество процесса высокоскоростной обработки будет выше при плавном характере изменения во времени кинематических параметров движения. Это предположение позволяет выдвинуть гипотезу о том, что функции осевой скорости *V(t),* осевого ускорения *A(t),* и осевого рывка *J(t)* на рассматриваемом участке траектории должны быть гладкими при любом t.

Контурными значениями кинематических параметров движения $\vec{v}$, $\vec{a}$, $\vec{j}$ будем называть соответственно векторы скорости, ускорения и рывка в произвольной точке траектории, определяемой своим радиус-вектором $\vec{r}$.

Математическая связь между контурными и осевыми значениями кинематических параметров движения, например по оси X, определяется формулами

$$V_X(t)=|\vec{v}|\cdot\cos\alpha_x(t), \qquad A_X(t)=|\vec{a}|\cdot\cos\alpha_x(t), \qquad J_X(t)=|\vec{j}|\cdot\cos\gamma_x(t), \tag{2}$$

где $\cos\alpha_x(u)$, $\cos\alpha_x(u)$, $\cos\gamma_x(u)$ – координаты единичных векторов направления скорости, ускорения и рывка (направляющие косинусы); $|\vec{v}|, |\vec{a}|, |\vec{j}|$ – длина соответствующего вектора.

Связь между самими кинематическими параметрами движения, как известно, определяется фундаментальными дифференциальными соотношениями

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}; \qquad \vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}; \qquad \vec{j}=\frac{d\vec{a}}{dt}=\frac{d^2\vec{v}}{dt^2}=\frac{d^3\vec{r}}{dt^3}; \tag{3}$$

Отсюда следует, что гладкое изменение рывка получим только при условии, что функция (1) будет как минимум четырежды непрерывно дифференцируема.

Направление вектора контурной скорости $\vec{v}$ всегда известно, так как совпадает с направлением касательной прямой к кривой (1). Учитывая это, можно вычислить значения осевых скоростей по всей траектории движения с шагом по времени равным такту управления **τ** [3]. Для этого на каждом шаге вначале, решая уравнение

$$S_\tau = \int_{u_{k-1}}^{u_k} \sqrt{[x'(u)]^2 + [y'(u)]^2 + [z'(u)]^2}\, du \ , \qquad (4)$$

находим значение параметра u_k ($u_0 < u_k \le u_T$), при котором длина дуги на участке траектории, определяемом итервалом $[u_{k-1}, u_k]$, будет равна S_τ , а затем из (2) получим формулы для вычисления значений осевых скоростей по всей траектории движения

$$V_X(\tau \cdot k) = F \cdot \frac{x'(u_k)}{\sqrt{[x'(u_k)]^2 + [y'(u_k)]^2 + [z'(u_k)]^2}}, \qquad (5)$$

где $x'(u)$, $y'(u)$, $z'(u)$ – производные функции (1) по u,

$k = 0, 1, 2, 3, \ldots$ – номер такта управления системы ЧПУ.

Численный эксперимент по определению влияния параметров математических моделей, описывающих траектории движения инструмента, на кинематические параметры этого движения проведем на простом примере. Рассмотрим движение инструмента с постоянной подачей **F** по плоской кривой, образованной двумя сопряженными дугами окружностей с радиусами 10 мм и 8 мм, (рис. 1).

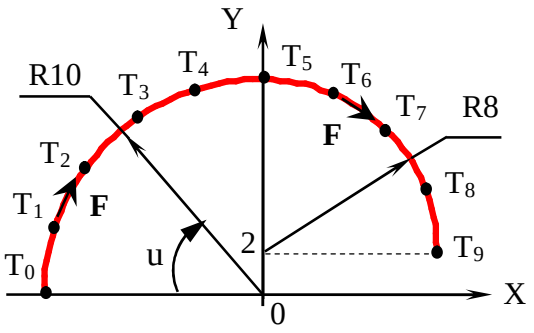

Рис. 1. Математические модели траектории движения

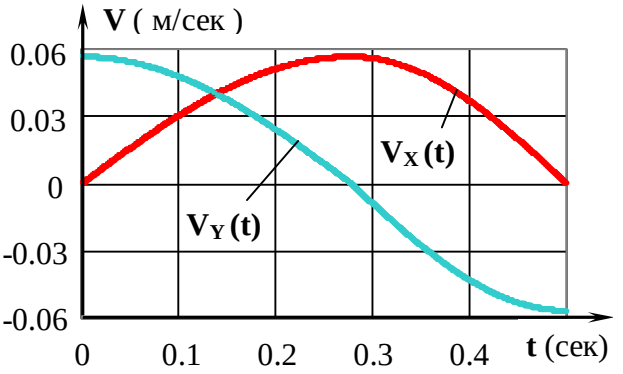

Рис. 2. Графики осевых скоростей

Получим законы изменения кинематических параметров движения (скорости, ускорения и рывка) для трех видов математического представления этой кривой:

– двумя уравнениями окружностей, как в круговых интерполяторах систем ЧПУ;
– сплайн-функцией третьей степени, как в известных сплайновых интерполяторах;
– сплайн-функцией пятой степени.

Зададим **F = 56.5 мм/сек** при времени такта управления станком **τ = 0.001 сек**. Тогда расстояние, проходимое инструментом за один такт управления, будет $\mathbf{S_\tau = F \cdot \tau = 0.0565}$ **мм**, а общее время прохождения траектории **T = 0.5 сек** или **500** тактов**.**

Параметрическое уравнение двух окружностей исследуемой траектории можно записать в следующем виде:

$$Z = 0; \quad X = \begin{cases} -10 \cdot \cos(u) \\ -8 \cdot \cos(u) \end{cases}; \quad Y = \begin{cases} 10 \cdot \sin(u) & 0 \le u \le \pi/2 \\ 8 \cdot \sin(u) + 2 & \pi/2 < u \le \pi \end{cases}, \tag{6}$$

где u – угол между радиус вектором точки кривой и отрицательным направлением оси X.

Из (4), (5) найдем значения осевых скоростей движения по этой кривой (рис. 2).

Значения осевых ускорений и рывков получим в конечно-разностном представлении по формулам:

$$A_X(\tau \cdot k) = \frac{V_X[\tau \cdot k] - V_X[\tau \cdot (k-1)]}{\tau},$$
$$J_X(\tau \cdot k) = \frac{A_X[\tau \cdot k] - A_X[\tau \cdot (k-1)]}{\tau}. \tag{7}$$

Графики осевых ускорений и рывков для кривой (6) представлены на рис. 3.

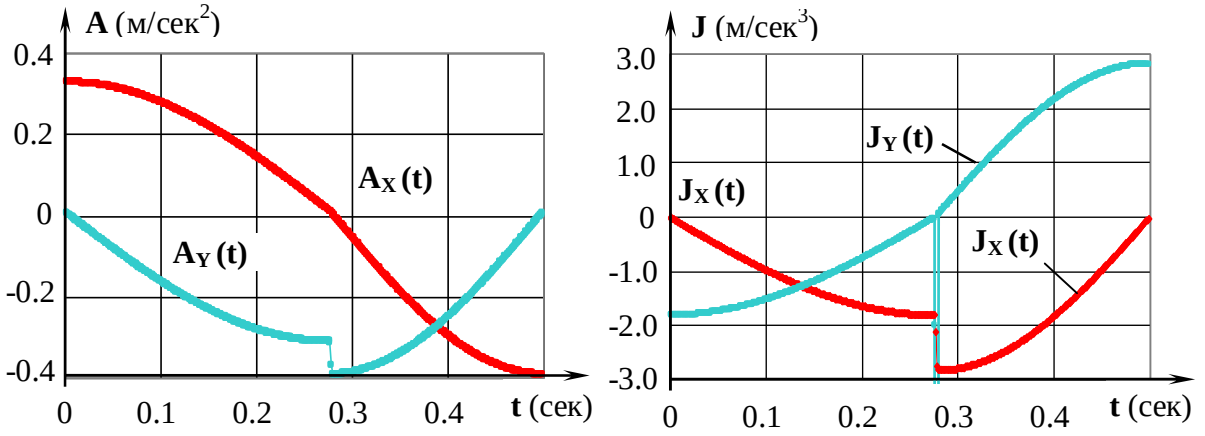

Рис. 3. Графики осевых ускорений и рывков для кривой, заданной окружностями

Для представления исследуемой траектории сплайн-функциями зададим на кривой (4) сетку узловых точек (рис. 1), координаты которых приведены в таблице 1.

Таблица 1. Координаты узловых точек сплайн-функции

	T_0	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9
u	0.0	0.1·π	0.2·π	0.3·π	0.4·π	0.5·π	0.625·π	0.75·π	0.875·π	π
X	-10.0	-9.511	-8.09	-5.878	-3.09	0.0	3.062	5.657	7.391	8.0
Y	0.0	3.09	5.878	8.09	9.511	10.0	9.391	7.657	5.062	2.0

Важной задачей при моделировании кривых сплайн-функциями является выбор типа сплайна и метода его получения. Так как информация о траектории движения инструмента должна обрабатываться в режиме реального времени, то для решения этой задачи необходим метод, обеспечивающий получение сплайн-функций с высоким уровнем информативности и вычисляемости. Такими свойствами обладает метод оптимального отображения в пространство B-сплайнов [4, 5].

После решения задачи моделирования таблично-заданной кривой сплайн-функциями третьей (n=3) и пятой (n=5) степени, получим еще две гладкие траектории

движения инструмента (рис. 1), которые отличаются друг от друга не более чем на δ = 0.02 мм, что в масштабе данного рисунка не различимо. У сплайна третьей степени вторая производная не гладкая, а третья производная терпит разрыв. Разрывы происходят в узловых точках. У сплайна пятой степени гладки производные до третьей включительно.

Графики осевых ускорений при разных степенях сплайна представлены на рис. 4, а графики осевых рывков на рисунках 5 и 6.

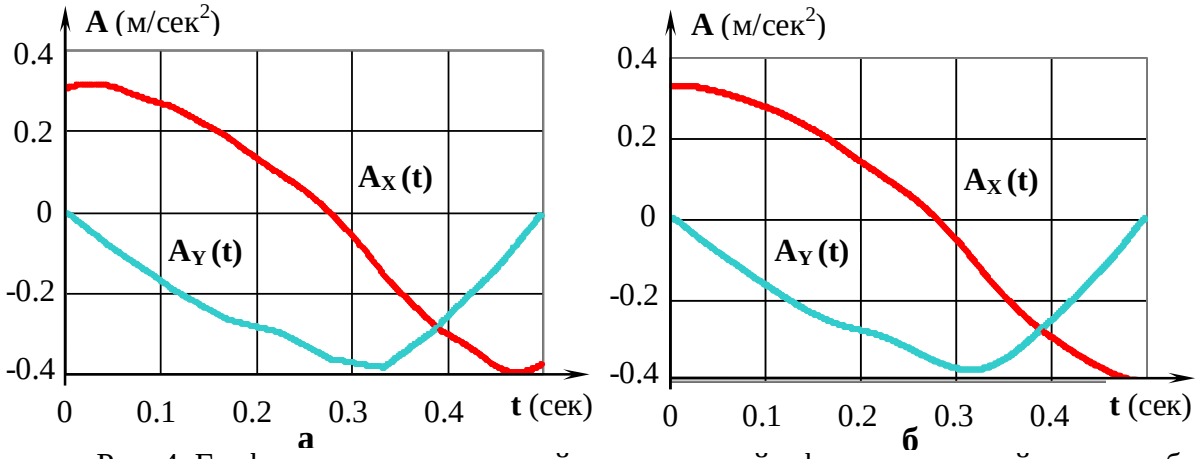

Рис. 4. Графики осевых ускорений: а – для сплайн-функции третьей степени; б – для сплайн-функции пятой степени

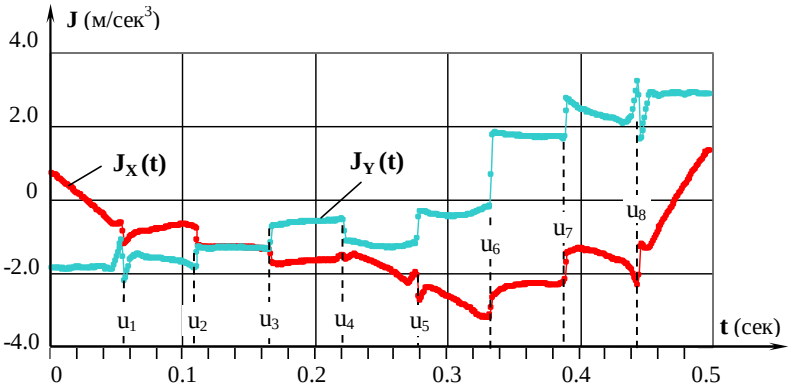

Рис. 5. Графики осевых рывков для сплайн-функции третьей степени

При решении задачи (4) устанавливается взаимно-однозначное соответствие параметра u уравнения кривой (1) и времени обработки t = τ·k.

Для кривой (6), у которой в точке стыковки двух окружностей при u = π/2 вторая и третья производная терпит разрыв, этой точке соответствует время t = 0.278 сек. В это же время происходит разрыв графиков осевых ускорений и рывков (рис. 3).

Для кривых, заданных сплайн-функциями, соответствие значений параметра u в узловых точках и времени обработки задано в таблице 2. В этих точках происходит разрыв функций изменения рывка как по оси X, так и по оси Y (рис. 5).

При моделировании траектории сплайнами пятой степени разрывов функций изменения рывка нет и в каждый момент времени эти функции гладкие (рис. 6).

Эти закономерности являются экспериментальным подтверждением зависимости кинематических параметров движения рабочих органов оборудования с ЧПУ от способа математического представления гладких траекторий обработки.

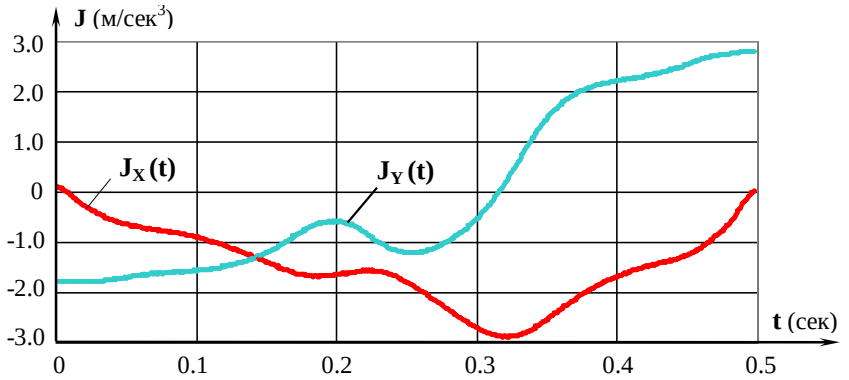

Рис. 6. Графики осевых рывков для сплайн-функции пятой степени

Таблица 2. Соответствие узлов сплайна времени обработки

u	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8
t	0.055	0.11	0.165	0.222	0.279	0.336	0.393	0.448

3. Заключение

Таким образом теоретически обосновано и экспериментально подтверждено значительное влияние параметров математических моделей, используемых для представления криволинейных траекторий высокоскоростной обработки в интерполяторах систем ЧПУ на кинематические параметры движения рабочих органов оборудования.

Выполненные исследования позволили сделать следующие выводы:

– при высокоскоростной обработке на станках с ЧПУ, гладкие траектории движения инструмента нельзя задавать цепочкой последовательно сопряженных между собой отрезков прямых и дуг окружностей, так как возникающие в точках сопряжения (из-за негладкости производных) значительные скачкообразные изменения осевых ускорений и рывков, могут, во-первых, превысить технические возможности оборудования, а во-вторых, сильно увеличить погрешность позиционирования его рабочих органов;

– для получения гладкости и стабильности изменения кинематических параметров движения рабочих органов оборудования необходимо задавать траектории обработки кусочно-полиномиальными-функциями (сплайнами) степени не ниже пятой.

Список литературы:

1. Мартинов Г. М. Проблемы использования сплайновой интерполяции в системах ЧПУ при обработке скульптурных поверхностей / Г. М. Мартинов, В. Л. Сосонкин. // Автоматизация в промышленности. – 2006. – № 11. – С. 3 – 9.

2. Раисов Ю.А. Кубическая В-сплайн интерполяция точечно-заданных кривых (модификация общего метода) / Ю.А. Раисов, И.В. Бычков, Н.И. Бычков // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – 2011. – № 2. – С. 73 – 74.

3. Комбаров В. В. Определение физических величин перемещения органов станков с ЧПУ / В. В. Комбаров, Е. В. Комбарова, Е.А. Криживец // Авиационно-космическая техника и технология. – 2011. – №7 (84) – С.109 – 115.

4. Сорокин В. Ф. Модифицированный метод приближения функций В-сплайнами / В.Ф. Сорокин, В.А. Леховицер, Е.Н. Бут // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – Х.: ХАИ, 1999. – № 3. – С. 28 – 38.

5. Сорокин В. Ф. Математическая модель сложно-фасонной поверхности для адаптивного программного управления металлообрабатывающим оборудованием / В. Ф. Сорокин // Технологические системы. – 2002. – № 5 (16). – С. 44 – 51.

6. Beudaert X. Feedrate interpolation with axis jerk constraints on 5-axis NURBS and G1 tool path / X. Beudaert, S. Lavernhe, C. Tournier // International J. of Machine Tools & Manuf. – 2012. – Vol. 57. – P. 73 – 82.

7. NURBS Interpolator with Confined Chord Error and Tangential and Centripetal Acceleration Control / A. Bardine, S. Campanelli, P. Foglia, C. A. Prete // Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT): International Congress, 18-20 Oct. 2010: Conference Publications. – P. 489 – 496.

8. Erkorkmaz K. Quintic spline interpolation with minimal feed fluctuation / K. Erkorkmaz, Y. Altintas //. J. Manuf. Sci. Eng. – 2005. – Vol. 127. – P. 339 – 349.

9. A control polygon scheme for design of planar C^2 PH quintic spline curves / F. Pelosi, M. L. Sampoli, R.T. Farouki, C. Manni // Comp. Aided Geom Des. – 2007. – V. 24(1). – P. 28 – 52.

10. Curve fitting and optimal interpolation on CNC machines based on quadratic B-splines / M. Zhang, W. Yan, C.M. Yuan, D. Wang, X.S. Gao // MM Research Preprints, 2010. – V. 29. – P. 71 – 91.

11. PC-based controller with real-time look-ahead NURBS interpolator / H.T. Yau, J.B. Wang, C.Y. Hsu, C.H. Yeh // Comp.-Aided Des. & Appl. – 2007. – V. 4(1-6). – P. 331-340.

12. Chen J.-H. An S-curve Acceleration/Deceleration Design for CNC Machine Tools Using Quintic Feedrate Function / J.-H. Chen, S.-S. Yeh, J.-T. Sun // Comp.-Aided Des. & Appl. – 2011. – V. 8(4). – P. 583-592.

Надійшла до редколегії 22.06.2012 р.

В.Ф. Сорокін, В.В. Комбаров

ВПЛИВ МАТЕМАТИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ГЛАДКИХ ТРАЄКТОРІЙ ВИСОКОШВИДКІСНОЇ ОБРОБКИ НА КІНЕМАТИЧНІ ПАРАМЕТРИ РУХУ РОБОЧИХ ОРГАНІВ УСТАТКУВАННЯ

Розглянута проблема забезпечення плавності зміни кінематичних параметрів руху інструмента при високошвидкісної обробці. Відзначене, що при криволінійній обробці швидкості руху робочих органів верстата зі ЧПК по кожній осі завжди змінні. Це приводить до появи осьових прискорень і ривків. Обґрунтована необхідність будування траєкторії переміщення інструмента в сплайнових інтерполяторах систем ЧПК сплайн-функціями ступеня не нижче п'ятої. Показане, що модель криволінійної траєкторії необхідно будувати в класі сплайн-функцій ступеня не нижче п'ятої. Наведені результати порівняльного експерименту, що показує, що при моделюванні траєкторії руху кубічними сплайнами, функції зміни в часі прискорень стають не гладкими, а функції ривків терплять розриви.

Ключові слова: *високошвидкісна обробка, система ЧПК, інтерполяція, швидкість, прискорення, ривок.*

V. Sorokin, V. Kombarov

INFLUENCE OF SMOOTH PATHS MATHEMATICAL PARAMETERS OF HIGH-SPEED MACHINING ON MOVEMENT KINEMATICAL PARAMETERS OF EQUIPMENT WORK PARTS

Problem of smoothness providing of kinematical parameters change of tool movement at high-speed CNC processing is considered. There is noted that movement velocities of CNC machine working parts along each axis are always variable at curvilinear processing. It leads to occurrence of axial accelerations and jerks. Necessity of path representation of tool movement with spline-functions of a degree not below the fifth in spline interpolators of CNC systems is proved. The results of comparative experiment are given. The experiment shows that functions of accelerations change at time get not smooth and jerks functions have breaks at modeling of movement path with splines of the third degree.

Key words*: high-speed cutting, CNC system, spline, interpolation, velocity, acceleration, jerk.*