

АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ГИБКОГО КОЛЕСА ВОЛНОВОЙ ПЕРЕДАЧИ

Стрельников В. Н., Суков Г. А., Волошин А. И., Суков М. Г., Лесняк Г. А.
(ПАО «НКМЗ», г. Краматорск, Украина)

+38 (06272) 2-53-91; Факс: +38 (06264) 7-22-49; E-mail: rs@nkmz.donetsk.ua

Аннотация. Разработана математическая модель напряжённо - деформированного состояния гибкого колеса волновой передачи. Получено решение для распределения напряжений в оболочке гибкого колеса с учётом влияния краевого эффекта. Сопоставительный анализ расчётных и экспериментальных данных дал удовлетворительную сходимость полученных результатов.

Ключевые слова: колесо, оболочка, венец, сила, момент, деформация, напряжение.

1. Введение

Гибкое колесо представляет полый цилиндр, на одном конце которого нарезан зубчатый венец, на другом – шлицевый венец, связанные тонкостенной цилиндрической оболочкой (рис. 1). Особенностью деформирования зубчатого венца гибкого колеса является наличие зоны, свободной от действия генератора волн, что приводит к неравномерности распределения окружных усилий в зубчатом венце. Цилиндрическая оболочка сглаживает неравномерность распределения окружных усилий, а также выполняет функции демпфера. Механические и прочностные свойства оболочки во многом определяют нагрузочную способность и долговечность волновой передачи. Поэтому анализ напряженно – деформированного состояния гибкого колеса представляет особую актуальность применительно к крупным волновым передачам для тяжелого машиностроения.

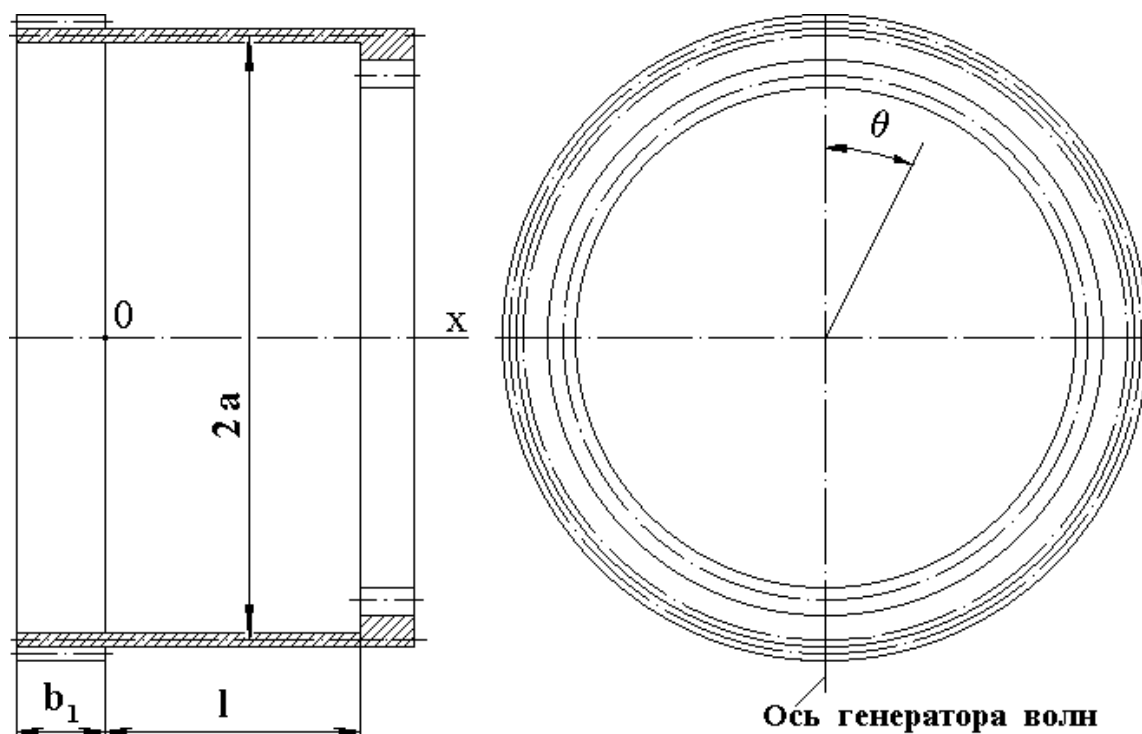


Рис. 1 Гибкое колесо волновой зубчатой передачи

2. Основное содержание и результаты работы

Напряжённое состояние оболочки является результатом действия крутящего момента и краевого эффекта на стыке оболочки и зубчатого венца. Краевой эффект возникает в результате неравномерной деформации при контакте зубчатого венца и дисков генератора волн. Основными являются изгибные напряжения. В запас прочности примем, что на торцах оболочки действуют сосредоточенные силы, которые создают максимальную радиальную деформацию, равную максимальной деформации зубчатого венца при контакте с дисками генератора волн. Исходя из определяющей роли изгибных напряжений ставится краевая задача для функции напряжений Φ , введенной В. З. Власовым и удовлетворяющей уравнению [1 - 4]

$$\frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} + \xi^2 \left(\frac{\partial^8 \Phi}{\partial \theta^8} + 2 \frac{\partial^6 \Phi}{\partial \theta^6} + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \theta^4} \right) = 0. \quad (1)$$

Усилия и моменты, приложенные к элементу оболочки, отнесенные к единице длины координатных линий срединной поверхности, являются частными производными функции напряжений (рис. 2)

$$\left. \begin{aligned} N_x &= \frac{Eh}{a} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}, \\ N_\theta &= -\frac{Eh^3}{12a^4} \left(\frac{\partial^4 \Phi}{\partial \theta^4} + \frac{\partial^6 \Phi}{\partial \theta^6} \right), \\ M_\theta &= -\frac{Eh^3}{12a^3} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \theta^4} \right), \\ \frac{\partial S}{\partial \theta} &= -\frac{Eh}{a^3} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial x^3}, \\ \frac{\partial S}{\partial x} &= \frac{Eh^3}{a^2} \left(\frac{\partial^3 \Phi}{\partial \theta^3} + 2 \frac{\partial^5 \Phi}{\partial \theta^5} + \frac{\partial^7 \Phi}{\partial \theta^7} \right). \end{aligned} \right\}$$

Деформации срединной поверхности также являются производными функции напряжений

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{1}{2} \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \\ v &= -\frac{1}{a} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta}, \\ w &= \frac{1}{a} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2}. \end{aligned} \right\}$$

Функция напряжений определена, если заданы условия на торцах. Так как на оболочку не действуют внешние осевые силы, а торцы зубчатых венцов свободны от нагрузки, можно принять, что осевые силы на торцах равны нулю

$$(N_x)_{x=0} = 0, \quad (2)$$

$$(N_x)_{x=q} = 0, \quad (3)$$

где $q = \frac{l}{a}$; l – длина оболочки.

Шлицевый венец сравнительно с оболочкой предполагается жестким. Считаем равным нулю смещения точек шлицевого венца в окружном направлении [5]

$$(v)_{x=q} = 0. \quad (4)$$

Четвертое граничное условие получено из рассмотрения силового взаимодействия оболочки и зубчатого венца при деформации последнего [6]

$$\left\{ S - 2E\xi^3 \left(\sqrt{3} \right) \left(\frac{b_l}{a} \right) \left(\frac{h_l}{h} \right)^3 \left(\frac{\partial^5 W}{\partial \theta^5} + 2 \frac{\partial^3 W}{\partial \theta^3} + \frac{\partial W}{\partial \theta} \right) + \frac{dq_n}{d\theta} \right\}_{x=0} = 0, \quad (5)$$

где a — радиус срединной поверхности; h — толщина оболочки; b_l — ширина зубчатого венца; h_l — толщина кольца, эквивалентного зубчатому венцу; q_n — интенсивность нагрузки, соответствующая сосредоточенным силам, представленная через обобщенную функцию Дирака.

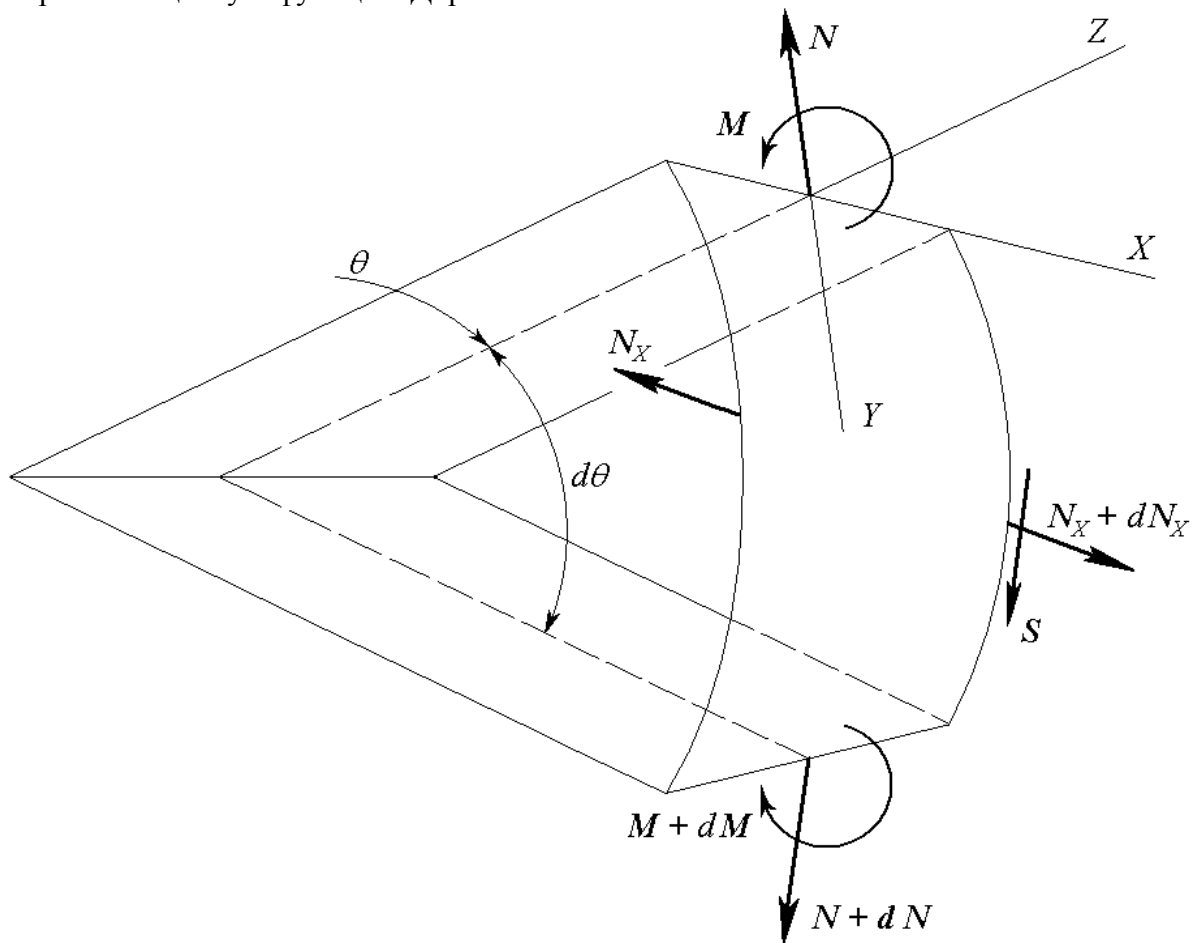


Рис.2 Силы и моменты, приложенные к элементу оболочки

Решение уравнения (1), удовлетворяющие граничным условиям (2— 5), получено в виде ряда по косинусам

$$\Phi = -\frac{\Delta a}{R_{\Delta}} \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \left\{ \frac{ch m_k (2q-x) \cos m_k x - ch m_k x \cdot \cos m_k x (2q-x) \cos k\theta}{(ch 2m_k q - \cos 2m_k q) + \lambda_k (ch 2m_k q - \sin 2m_k q) k^2 (k-1)^2} \right\} \quad (6)$$

В формуле (6) через Δ обозначена максимальная радиальная деформация. Величины m_k , λ_k , R_{Δ} подсчитываются по формулам

$$\left. \begin{aligned} m_k &= k \sqrt{\frac{k^2 - 1}{2}} \xi, \\ \lambda_k &= \frac{\left(\frac{a}{b_I}\right) \left(\frac{h}{h_I}\right)^3}{k \cdot \sqrt{2\xi(k^2 - 1)}}, \\ R_{\Delta} &= \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \left\{ \frac{I}{(k^2 - 1)^2 \left[1 + \lambda_k \left(\frac{sh 2m_k q - \sin 2m_k q}{ch 2m_k q - \cos 2m_k q} \right) \right]} \right\}. \end{aligned} \right\}$$

После подстановки выражения (6) в формулы для усилий и моментов, получим

$$\begin{aligned} N_x &= -\frac{4E\Delta\xi\sqrt{3}}{R_{\Delta}} \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \left\{ \frac{Sh m_k (2q-x) \sin m_k x - Sh m_k x \sin m_k (2q-x) m_k^2 \cos k\theta}{(Ch 2m_k q - \sin 2m_k q) + \lambda_k (Sh 2m_k q - \sin 2m_k q) k^2 (k^2 - 1)} \right\}, \\ N_{\theta} &= -\frac{2\Sigma\Delta\xi^3\sqrt{3}}{R_{\Delta}} \cdot \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \left\{ \frac{Ch m_k (2q-x) \cos m_k x - Ch m_k x \cos m_k (2q-x) k^2 \cos k\theta}{(Ch 2m_k q - \cos 2m_k q) + \lambda_k (Sh 2m_k q - \sin 2m_k q) k^2 - 1} \right\}, \\ S &= -\frac{4E\xi\Delta\sqrt{3}}{R_{\Delta}} \cdot \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \left\{ \frac{m_k}{[(Ch 2m_k q - \cos 2m_k q) + \lambda_k (Sh 2m_k q - \sin 2m_k q)]} [Sh m_k (2q-x) \times \right. \\ &\quad \left. \times \cos m_k x - Ch m_k (2q-x) \sin m_k x - Ch m_k x \cdot \sin m_k (2q-x) + Sh m_k x \times \cos m_k x (2q-x)] \frac{\sin k\theta}{k^3 (k^2 - 1)^2} \right\}, \\ M_{\theta} &= \frac{2E(a \cdot \Delta)\xi^3\sqrt{3}}{R_{\Delta}} \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \left\{ \frac{[Ch m_k (2q-x) \cos m_k x - Ch m_k x \cos m_k (2q-x)] \cos k\theta}{[(Ch 2m_k q - \cos 2m_k q) + \lambda_k (Sh 2m_k q - \sin 2m_k q)] (k^2 - 1)} \right\}. \end{aligned}$$

Усилия N_x , N_{θ} , S и момент M могут быть рассчитаны при всех X , отличных от нуля. При $X = 0$ в решениях для N_{θ} и S есть особенности, которые могут быть устранены с помощью предельного перехода. В результате преобразований получены

рабочие формулы для расчета N_θ и S

$$\begin{aligned}
 N_\theta = & \frac{E\xi^3 \Delta \sqrt{3}}{R_\Delta} - \frac{2E\xi^3 \Delta \sqrt{3}}{R_\Delta} \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \left\{ \frac{\left[(1 + e^{-4m_k q}) - 2e^{-2m_k q} \cdot \cos 2m_k q \right]}{(k^2 - 1)} \times \right. \\
 & \times \left. \frac{\cos k\theta}{\left[(1 + \lambda_k) - 2(\cos 2m_k q + \lambda_k \sin m_k q)e^{-2m_k q} + (1 + \lambda_k)e^{-4m_k q} \right]} \right\} + \frac{2E\xi^3 \Delta \sqrt{3}}{R_\Delta} \times \\
 & \times \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \left\{ \frac{\left[\lambda_k - 2(\cos m_k q + \lambda_k \sin 2m_k q)e^{-2m_k q} + (1 - \lambda_k)e^{-4m_k q} \right] \cos k\theta}{\left[(1 + \lambda_k) - 2(\cos 2m_k q + \lambda_k \sin 2m_k q)e^{-2m_k q} + (1 - \lambda_k)e^{-4m_k q} \right]} \right\} \times \\
 & \times \frac{2E\xi^3 \Delta \sqrt{3}}{R_\Delta} \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \left\{ \frac{e^{-2m_k q} \left[2 \cos 2m_k q \cdot e^{-2m_k q} \right] \cos k\theta}{\left[(1 + \lambda_k) - 2(\cos 2m_k q + \lambda_k \sin 2m_k q)e^{-2m_k q} + (1 - \lambda_k)e^{-4m_k q} \right]} \right\}. \\
 S = & \frac{E\xi^{2,5} \Delta \sqrt{6}}{2R_\Delta} \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) + \frac{E\xi^{2,5} \Delta \sqrt{6}}{R_\Delta} \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \left\{ \left\langle \frac{1}{\left[(k^2 - 1) + k\sqrt{k^2 - 1} \right]} - \left[\lambda_k - 2(\cos 2m_k q + \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. + \lambda_k \sin 2m_k q) e^{-2m_k q} + (1 - \lambda_k) e^{-4m_k q} \right] \right\rangle \times \right. \\
 & \times \left. \frac{\sin k\theta / k}{\left[(1 + \lambda_k) - 2(\cos 2m_k q + \lambda_k \sin 2m_k q) e^{-2m_k q} + (1 - \lambda_k) e^{-4m_k q} \right]} - \frac{E\xi^{2,5} \Delta \sqrt{6}}{R_\Delta} \times \right. \\
 & \times \left. \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \left\{ \frac{(2 \sin 2m_k q + e^{-2m_k q}) \cdot e^{-2m_k q} \cdot \sin k\theta}{(k^2 - 1) \cdot \left[(1 + \lambda_k) - 2(\cos 2m_k q + \lambda_k \sin 2m_k q) e^{-2m_k q} + (1 - \lambda_k) e^{-4m_k q} \right]} \right\} \right\}.
 \end{aligned}$$

По заданным усилиям определяется напряженное состояние оболочки

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_x &= \frac{N_x}{h}, \\
 \sigma_{\theta_1} &= \frac{N_\theta}{h} - \frac{6M_\theta}{h^2}, \\
 \sigma_{\theta_2} &= \frac{N_\theta}{h}, \\
 \sigma_{\theta_3} &= \frac{N_\theta}{h} + \frac{6M_\theta}{h^2}, \\
 \tau &= \frac{S}{h}.
 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

В формулах (7) напряжения σ_{θ_1} , σ_{θ_2} , σ_{θ_3} соответствуют внутренней,

срединной и наружной поверхностям оболочки.

3. Заключение

Расчеты выполнялись для гибкого колеса волновых редукторов приводов перефутеровки рудоразмольной мельницы и поворота миксера. Расчет проводился в двух вариантах: для реальных редукторов и для редукторов с уменьшенной в два раза толщиной оболочки гибкого колеса, при неизменных остальных параметрах. Наиболее опасными оказались изгибные напряжения σ_{θ_1} , σ_{θ_3} .

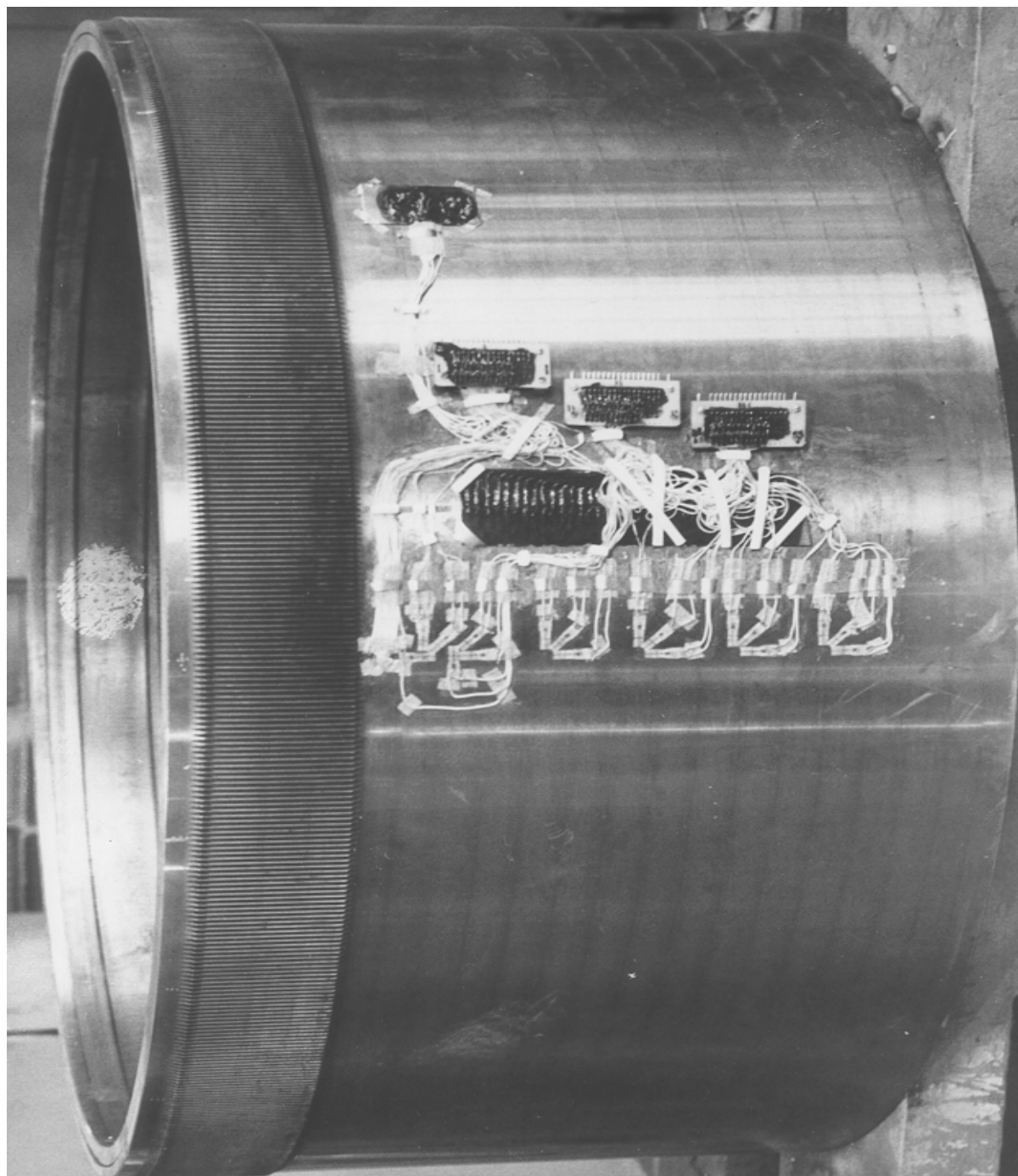


Рис. 9 Гибкое зубчатое колесо волнового редуктора привода наклона передвижного миксера МП – 600 с тензорезисторами

Расчет напряженного состояния оболочки гибкого колеса при $h = 13,5$ мм показывает, что величина нормальных напряжений достигает $80 - 90$ МПа. В тоже время передача максимального крутящего момента происходит при касательных напряжениях 20 МПа. Расчет краевого эффекта при толщине оболочки, уменьшенной в два раза ($h = 6,75$ мм), благоприятствует созданию более низкого уровня нормальных напряжений порядка 40 МПа.

Напряженно-деформированное состояние оболочки гибкого колеса определялось также и экспериментально, методом электротензометрии [7] (рис. 3). При этом использовались фольговые малобазисные одноэлементные и многоэлементные тензорезисторы типа 2ФКТК и ФК—РБ, обладающие наиболее предпочтительными метрологическими свойствами, высокой стабильностью и надежностью производимых измерений. Тензорезисторы монтировались на внешней поверхности оболочки вдоль двух диаметрально противоположных образующих на расстоянии: $15, 50, 70, 135, 200, 265, 330$ мм от задней кромки зубчатого венца. От масляной ванны редуктора тензорезисторы изолированы путем герметизации синтетическим покрытием.

Осциллография деформированного состояния гибкого колеса производилось при частоте вращения ведущего вала $1,667$ с⁻¹ и нагрузочных моментах $M_2 = (0,2; 0,5; 1,5; 3,0; 4,0; 5,0) \times 10^5$ Нм. В результате обработки осциллограмм определены три компоненты напряжений на внешней поверхности оболочки по длине: нормальные напряжения σ_x вдоль образующей, σ_θ — в окружном направлении и касательные τ . Определяющими с точки зрения прочности оболочки являются нормальные напряжения σ_θ .

Анализ результатов экспериментальных исследований напряжённого состояния гибкого колеса показывает на незначительность напряжений σ_x и τ , мало изменяющихся от действия крутящего момента M_2 . Нормальные напряжения σ_θ возрастают в $1,50 \dots 2,15$ раз с увеличением момента M_2 от $0,2 \cdot 10^5$ Нм до $4 \cdot 10^5$ Нм. При удалении точек гибкого колеса от зубчатого венца, радиальные деформации оболочки, возбуждаемые генератором волн, угасают. Снижается величина окружных напряжений σ_θ от максимального значения $\sigma_{\theta \max}$ у зубчатого венца — до минимальных значений $\sigma_{\theta \min}$ вблизи шлицевого венца. В измеряемом интервале по длине оболочки гибкого колеса $X_0 = 15$ мм, $X_{\max} = 330$ мм, максимальные растягивающие напряжения σ_θ^+ уменьшаются в $3,25 \dots 5,10$ раз, максимальные напряжения сжатия σ_θ^- уменьшаются в $1,7 \dots 4,8$ раз.

Растягивающие напряжения принимают максимальные значения в момент прохождения большой оси генератора волн через ось тензорезистора. Максимальные сжимающие напряжения возникают в момент отклонения малой оси генератора волн от оси тензорезистора на угол $40 \dots 45^\circ$.

Сопоставительный анализ расчётных данных с экспериментальными даёт удовлетворительную сходимость полученных результатов.

Выводы:

1. Влияние краевого эффекта на напряжённое состояние гибкого колеса связано с напряжениями изгиба $\sigma_{\theta 1}$ и $\sigma_{\theta 3}$, величина которых снижается при уменьшении толщины оболочки.

2. Максимальные напряжения, связанные с краевым эффектом, возникают вблизи торца оболочки на стыке с зубчатым венцом. Учитывая фактор концентрации напряжений, следует предусмотреть плавный переход зубчатого венца в оболочку.

3. При выборе оптимальной толщины гибкого колеса, необходимо иметь минимально возможную жёсткость кручения оболочки, при условии обеспечения заданной прочности, с учётом напряжений краевого эффекта и касательных напряжений при передаче крутящего момента.

Список литературы: 1. Тимошенко С. П., Войновский С. И. Пластинки и оболочки. – М.: Физматгиз, 1963. – 635 с. 2. Власов В. З. Общая теория оболочек и её приложения в технике. – М., Л.: Гостехиздат, 1949. – 784 с. 3. Колкунов Н. В. Основы расчёта упругих оболочек. – М.: Высшая школа, 1963. – 278 с. 4. Демидов С. П. Теория упругости. – М.: Высшая школа, 1979. – 432 с. 5. Бидерман В. Л. Механика тонкостенных конструкций. – М.: Машиностроение, 1977, – 486 с. 6. Руденко В. Н. О применении решений некоторых задач теории упругости для расчёта гибких деталей волновых передач. – В кн.: Волновые передачи. – М.: МСИ, 1978. – С. 166 – 174. 7. Касаткин Б. С. и др. Экспериментальные методы исследования деформаций и напряжений. – Киев: Наукова думка, 1981. – 583 с.

THE ANALYSIS OF THE INTENSE CONDITION OF THE FLEXIBLE WHEEL WAVE GEAR

Strelnikov V. N., Sukov G. S., Voloshin A. I., Sukov M. G., Lesnjak G. A.
(Joint-Stock Company "NKMZ", Kramatorsk, Ukraine)

Abstract: The mathematical model tensely-deformed condition of a flexible wheel of wave gear is developed. The decision for distribution of pressure in a cover of a flexible wheel with the account of influence of regional effect is received. The comparative analysis settlement and experimental data has given satisfactory convergence of the received results

Keyword: a wheel, a cover, a wreath, force, the moment, deformation, pressure

АНАЛІЗ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ ГНУЧКОГО КОЛЕСА ХВИЛЬНОЇ ПЕРЕДАЧІ

Стрельніков В. М., Суков Г. С., Волошин А. І., Суков М. Г., Лесняк Г. А.
(ПІАТ "НКМЗ" м. Краматорськ, Україна)

Анотація. Розроблено математичну модель напружено - деформованого стану гнучкого колеса хвильової передачі. Отримано рішення для розподілу напруг в оболонці гнучкого колеса з урахуванням впливу крайового ефекту. Порівняльний аналіз розрахункових і експериментальних даних дав задовільну збіжність отриманих результатів

Ключові слова: колесо, оболонка, вінець, сила, момент, деформація, напруга

Надійшла до редколегії 02.06.2011 р.