

ПРИВЕДЕНА КРИВИЗНА РОБОЧИХ ПОВЕРХОНЬ НАПІВОВБАТНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ КОЛІС У ПОЛЮСІ ЗАЧЕПЛЕННЯ

Шишов В.П., Носко П.Л., Ткач І.Г. (СНУ ім. В. Даля, м. Луганськ, Україна)

Тел./Факс +38 (0642) 418028; E-mail: mash_ved@snu.edu.ua

Анотація: Розроблено математичну модель зачеплення коліс циліндричних прямозубих передач зовнішнього зачеплення, у якій профілі зубів одного з коліс задані довільною кривою (напівовбкатаних передач). Визначено приведену кривизну робочих поверхонь у полюсі зачеплення таких коліс.

Ключові слова: напівовбкатна передача, зубчасті колеса, робочі поверхні, полюс зачеплення, приведена кривизна.

Вступ. У приводах сучасних машин широкого поширення набули циліндричні зубчасті передачі. Одним зі шляхів їхнього вдосконалювання є синтез їхньої геометрії за якісними показниками працездатності [1,2,3], що входить у проблему багатокритеріальної оптимізації машинобудівних конструкцій [4], що є актуальною проблемою сучасного машинобудування.

Працездатність зубчастих передач, зокрема, оцінюється геометро-кінематичними критеріями працездатності, до яких відносять [5,6]: швидкість ковзання, швидкість кочення, питомі ковзання, приведену кривизну, коефіцієнт перекриття, умови підрізання й загострення зубів. У якості головного геометро-кінематичного критерія в роботі [2] обґрунтовано приведену кривизну, оскільки її зменшення сприятливо позначається на значеннях інших показників.

Визначенню приведеної кривизни присвячено значна кількість робіт, зокрема [7,8,9]. Для зубів, що нарізані рейковим інструментом з вихідним контуром, обкресленим довільною кривою, таке завдання вирішене в роботі [10]. Крім того, приведену кривизну робочих поверхонь зубів можна визначити з використанням рівняння Ейлера-Саварі [11].

Однак, з огляду на важливість даного дослідження для оцінки контактної міцності зубів, доцільно розглянути вирішення цього завдання для випадку напівовбкатних зубчастих передач, профілі зубів одного з коліс яких обкреслені довільною кривою.

Основний зміст і результати роботи. Розглянемо зовнішнє зачеплення циліндричних коліс із прямими зубами (рис.). Уведемо позначення: $X_1Y_1Z_1$, $X_2Y_2Z_2$ – системи координат, що пов'язані з колесами, що зачеплюються; φ_1, φ_2 – кути повороту коліс; R_1, R_2 – радіуси початкових циліндрів коліс a_w ; – міжосьова відстань передач; кути φ_1 й φ_2 пов'язані співвідношенням $\varphi_2 = u_{21}\varphi_1$, де $u_{21} = R_1/R_2$ – передатне число передач.

Рівняння поверхні 1 зубів колеса 1 у системі координат $X_1Y_1Z_1$ запишемо у вигляді

$$\begin{aligned} x_1 &= f_1(\lambda), \\ y_1 &= f_2(\lambda) + R_1, \\ z_1 &= \mu, \end{aligned} \quad (1)$$

де λ, μ – незалежні параметри; $f_1(\lambda), f_2(\lambda)$ – довільні функції (надалі λ в позначеннях цих функцій і їхніх похідних відкинемо).

Рівняння зачеплення такої передачі має вигляд [11]:

$$F(\lambda, \mu, \varphi_1) = n_{x1}[y_1(1 + u_{21}) - a_w u_{21} \cos \varphi_1] - n_{y1}[x_1(1 + u_{21}) - a_w u_{21} \sin \varphi_1] = 0. \quad (2)$$

Тут n_{x1}, n_{y1} – координати орту нормалі до поверхні зубів.

Вектор нормалі до поверхонь зубів колеса 1 дорівнює

$$\bar{N} = \left[\bar{r}_1^\mu \times \bar{r}_1^\lambda \right], \quad (3)$$

де похідні вектора з координатами (1) мають значення

$$\begin{aligned} \bar{r}_1^\mu &= 0 \cdot \bar{i} + 0 \cdot \bar{j} + l \cdot \bar{k}, \\ \bar{r}_1^\lambda &= f'_1 \cdot \bar{i} + f'_2 \cdot \bar{j} + 0 \cdot \bar{k}. \end{aligned} \quad (4)$$

З (3) і (4) випливає:

$$\begin{aligned} N_{x1} &= -f'_2, \\ N_{y1} &= f'_1, \\ N_{z1} &= 0. \end{aligned}$$

Тоді координати орту нормалі дорівнюватимуть

$$\begin{aligned} n_{x1} &= -\frac{f'_2}{n}, \\ n_{y1} &= \frac{f'_1}{n}, \\ n_{z1} &= 0, \end{aligned}$$

де $n = \sqrt{(f'_1)^2 + (f'_2)^2}$ – модуль вектора

нормалі.

Відповідно до досліджень [8] приведена кривизна зубів дорівнює

$$\chi_{np} = \frac{\left(\bar{r}_1^\lambda F^\mu - \bar{r}_1^\mu F^\lambda \right)^2}{\Delta}. \quad (5)$$

Тут E_1, F_1, G_1 – коефіцієнти першої квадратичної форми поверхні (1);

$\bar{v}^{l2}$ – вектор відносної швидкості (у полюсі зачеплення $\bar{v}^{l2} = 0$);

$F^\lambda, F^\mu, F^{\phi_1}$ – похідні функції (2) за λ, μ, ϕ_1 ;

$$\Delta = \begin{vmatrix} E_1 & F_1 & \left(\bar{r}_1^\lambda \cdot \bar{v}^{l2} \right) \\ F_1 & G_1 & \left(\bar{r}_1^\mu \cdot \bar{v}^{l2} \right) \\ F^\lambda & F^\mu & F^{\phi_1} \end{vmatrix}.$$

Коефіцієнти першої квадратичної форми з урахуванням (4) дорівнюють [12]:

$$\begin{aligned} E_1 &= \bar{r}_1^\lambda \cdot \bar{r}_1^\lambda = (f'_1)^2 + (f'_2)^2, \\ F_1 &= \bar{r}_1^\lambda \cdot \bar{r}_1^\mu = 0, \\ G_1 &= \bar{r}_1^\mu \cdot \bar{r}_1^\mu = l. \end{aligned}$$

З (2) випливає:

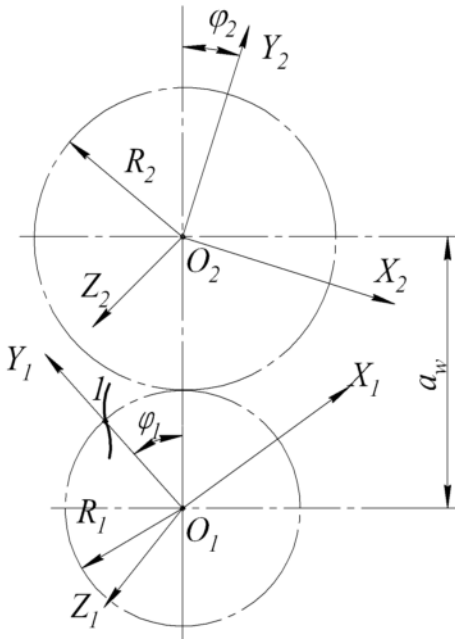


Рис. 1. Системи координат при зачепленні коліс

$$F^\lambda = n_{xI}^\lambda [y_I(1+u_{2I}) - a_w u_{2I} \cos \varphi_I] - n_{yI}^\lambda [x_I(1+u_{2I}) - a_w u_{2I} \sin \varphi_I] + \\ + \frac{(f'_2)^2}{n}(1+u_{2I}) - \frac{(f'_1)^2}{n}(1+u_{2I});$$

$$F^\mu = 0;$$

$$F^{\varphi I} = \frac{f'_2}{n} a_w u_{2I} \sin \varphi_I + \frac{f'_1}{n} a_w u_{2I} \cos \varphi_I.$$

У полюсі зачеплення $f_I = f_2 = 0$; $\varphi_I = 0$ і

$$F^\lambda = -(1+u_{2I}) \frac{[(f'_1)^2 + (f'_2)^2]}{n}, \quad (6)$$

$$F^\varphi = \frac{f'_1}{n} a_w u_{2I}.$$

Тоді співвідношення (5) у полюсі зачеплення матиме вигляд:

$$\chi_{np} = \frac{(F^\lambda)^2}{F^\varphi E_I}.$$

З урахуванням (6) одержуємо

$$\chi_{np} = \frac{R_I + R_2}{R_I R_2} \frac{f'_1}{n}.$$

Помітимо, що $\frac{f'_1}{n} = \sin \alpha_w$, де α_w – кут зачеплення в полюсі. Тоді остаточно маємо

$$\chi_{np} = \frac{R_I + R_2}{R_I R_2 \sin \alpha_w},$$

а приведений радіус кривизни

$$\rho_{np} = \frac{l}{\chi_{np}} = \frac{R_I R_2 \sin \alpha_w}{R_I + R_2}. \quad (7)$$

Отримане значення приведенного радіуса кривизни збігається з його значенням, що впливає з рівняння Ейлера-Саварі для зовнішнього зачеплення. Для внутрішнього зачеплення перед R_I у знаменнику (7) слід поміняти знак на протилежний.

Висновок. Як впливає з викладеного та з рівняння Ейлера-Саварі, приведений радіус кривизни в полюсі зачеплення циліндричної прямозубої напівобкатної передачі залежить лише від радіусів зубчастих колес та кута зачеплення в полюсі. Його слід визначати за формулою (7) при будь-якій формі зубів.

Список літератури: 1. Шишов В.П. Теория, математическое обеспечение и реализация синтеза высоконагруженных передач зацеплением для промышленного транспорта: Дис. ... докт. техн. наук. – Луганск, 1994. – 525с. 2. Ревякіна О.А. Удосконалювання циліндричних передач із арковими зубцями синтезом за критеріями працездатності: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Луганськ, 2003. – 25с. 3. Ткач П.М. Синтез високонавантажених циліндричних передач із двоопукло-увігнутими зубцями за геометро-кінематичними критеріями: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Луганськ. – 2004. – 24 с. 4. Кіндрацький Б., Сулим Г. Сучасний стан и проблеми багатокритеріального синтезу машинобудівних конструкцій (огляд) // Львів. – “Машинознавство”. – 2002. – № 10 (64). – С. 26–40. 5. Коростелев Л. В. Кинематические

показатели несущей способности пространственных зацеплений // Известия вузов. М.: Машиностроение, 1964, № 10. – с. 10–15. 6. Кудрявцев В.Н. Детали машин: Учебник для студентов машиностроительных специальностей вузов. – Л.: Машиностроение, 1980. – 464 с. 7. Шишов В.П., Панкратов Д.А., Муховатый А.А. Критерии оценки работоспособности передач зацеплением // Вестник национального технического университета "ХПИ", Харьков НТУ "ХПИ", №12, 2001. с.33-41. 8. Дусев И.И. Определение кривизны взаимоогibaемых поверхностей зубьев.// Изв. Вузов. Машиностроение. – 1968. – №5. – С. 23-27. 9. Ерихов М.Л. Определение кривизны нормальных сечений сопряженных поверхностей с точечным касанием // Изв. Вузов. Машиностроение. – 1966. – №8. – С. 15-20. 10. Шишов В.П., Носко П.Л., Ревякина О.А. Цилиндрические передачи с арочными зубьями. – Луганск: изд-во ВНУ им. В. Даля, 2004. – 336 с. 11. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584 с. 12. Рашевский П.К. Курс дифференциальной геометрии. – М., 1956. – 420 с.

ПРИВЕДЕННАЯ КРИВИЗНА РАБОЧИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПОЛУОБКАТНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КОЛЕС В ПОЛЮСЕ ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Шишов В.П., Носко П.Л., Ткач И.Г. (ВНУ им. В. Даля, г. Луганск, Украина)

Аннотация: Разработана математическая модель зацепления колес цилиндрических прямозубых передач внешнего зацепления, в которой профили зубьев одного из колес заданы произвольной кривой (полуобкатных передач). Определена приведенная кривизна рабочих поверхностей в полюсе зацепления таких колес.

Ключевые слова: полуобкатная передача, зубчатые колеса, рабочие поверхности, полюс зацепления, приведенная кривизна.

REDUCED CURVATURE OF WORKING SURFACES OF HALF-ROLLING CYLINDRICAL GEARS IN THE PITCH POINT

Shishov V.P., Nosko P.L., Tkach I.G. (V. Dal EUNU, Lugansk, Ukraine)

The abstract: The mathematical model of external cylindrical gearing of spur transmissions in which profiles of one gear's teeth are given an arbitrary curve (half-rolling transmissions) is created. The reduced curvature of working surfaces in a pitch point of such sprockets is defined.

Keywords: half-rolling transmission, gears, working surfaces, a pitch point, a reduced curvature.

Надійшла до редколегії 10.01.2011.