

УДК 621.658.012.531

## АНАЛИЗ СОСТАВЛЯЮЩИХ ПОТЕРЬ МОЩНОСТИ ВСЛЕДСТВИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ВРАЩЕНИЮ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

**Ставицкий В. В., Носко П. Л., Лиходеев С.И.** (Восточноукраинский национальный университет им. В. Даля, Владимирский государственный университет, г. Луганск, г.

Владимир, Украина, Россия)

Тел./Факс: +38(0642)418028, E-mail: [mash\\_ved@snu.edu.ua](mailto:mash_ved@snu.edu.ua)

**Аннотация.** В статье получены аналитические зависимости потерь мощности вследствие аэродинамического сопротивления вращению зубчатых колес от основных геометрических параметров колес и физических параметров среды. Выявлен удельный вес различных составляющих потерь мощности. Проведен сравнительный анализ расчетных результатов с экспериментальными данными.

**Ключевые слова:** зубчатое колесо, потери мощности, аэродинамическое сопротивление, скорость потока, число Рейнольдса, число зубьев, ширина зубчатого венца, радиус основной окружности.

### 1. Введение

В современных турборедукторах окружные скорости зубчатых колес возрастают до 51 м/с [1] (иногда до 90 - 120 м/с [2]), а передаваемая мощность достигает 100 МВт и более [3]. В наиболее совершенных зубчатых передачах коэффициент их полезного действия находится в пределах 98 - 99 %. При таких передаваемых мощностях потери составляют 1 МВт и более. Поэтому последние несколько лет интерес к исследованиям путей повышения эффективности зубчатых передач значительно возрос.

Потери энергии в зубчатых передачах условно могут быть разделены на две группы: потери, зависящие от передаваемой нагрузки (потери на трения скольжения и качения контактирующих поверхностей зубчатой пары и подшипников) и потери, независящие от передаваемой нагрузки (потери вследствие аэрогидродинамического сопротивления вращению зубчатых колес (аэродинамического при принудительном смазывании или гидродинамического при смазывании в масляной ванне)). Удельный вес этих потерь составляет: 40% - потери на трение в зубчатом зацеплении; 50% - потери на трение в подшипниках; и 10% - потери мощности вследствие аэродинамического сопротивления вращению зубчатых колес. [4].

Опубликованные исследования аэродинамических потерь также можно разделить на две группы. Первая группа экспериментальных исследований [2], [5], [6], [7], [8] сводится к определению потерь путем измерения уменьшения скорости вращения отдельно взятого зубчатого колеса, с последующим расчетом потерь мощности на основании теоремы о кинетической энергии. Вторая группа исследований проводилась на экспериментальных установках полностью имитирующих зубчатое зацепление [9], [10]. Например, экспериментальная установка [9], имитирующая процессы в зубчатом зацеплении, состоит из испытуемой и контрольной зубчатых передач. Скорость менялась от 0 до 15000 об/мин, а нагрузка от 0 до 3,7 кВт. Авторы отмечают, что при нагрузке, составляющей 33 - 100% максимальной и скоростях 83 - 100% максимальной, аэродинамические потери становятся практически равными потерям на трение в зубчатом зацеплении. В перечисленных выше работах результаты приводятся в виде эмпирических зависимостей, в которых практически отсутствует оценка влияния

геометрических параметров зубчатых колес на потери мощности вследствие аэросопротивления.

Целью настоящего исследования является разработка математической модели, позволяющей на базе уравнений аэродинамики описать физические процессы при вращении зубчатых колес. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи: получить аналитические зависимости, дающие возможность с минимальными затратами вычислительных усилий количественно оценивать потери мощности, не связанные с нагрузкой, высокоскоростных зубчатых передач; сравнить результаты расчета с экспериментальными данными, имеющимися в открытых публикациях; провести сравнительный анализ влияния ключевых геометрических параметров зубчатых колес и параметров среды на различные составляющие аэродинамических потерь мощности в высокоскоростных зубчатых передачах.

## 2. Основное содержание и результаты работы

При вращении зубчатых колес потери мощности вследствие аэродинамического сопротивления его вращению можно представить в виде суммы мощностей

$$P = P_n + P_\tau + P_b + P_p, \quad (1)$$

где  $P_n = M_n \cdot \omega$  - потери мощности сил давления среды на профильную поверхность зубьев, Вт;  $\omega$  - угловая скорость вращения зубчатого колеса, рад/с;  $M_n = z \cdot F_n \cdot r_b$  - момент сил  $F_n$  давления среды на профильную поверхность зубьев, Нм;  $P_\tau = z \cdot F_\tau \cdot V_\tau$  - потери мощности сил трения среды о профильную поверхность зубьев, Вт;  $F_\tau$  - сила трения среды о боковую поверхность зубьев, Н;  $V_\tau$  - скорость течения среды вдоль эвольвентных профилей зубьев, м/с;  $P_b = M_b \cdot \omega$  - потери мощности сил трения среды о

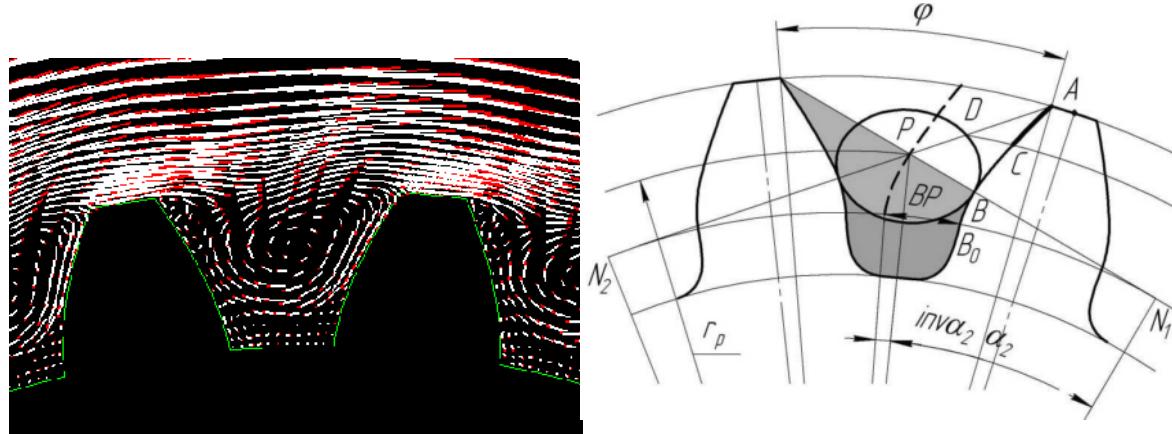


Рис.1. Распределение потоков среды в пространстве между зубьями при вращении зубчатого колеса: а – по результатам численного моделирования методами CFD [11], б – расчетная схема

торцовую поверхность зубчатого колеса, Нм;  $M_b = 0,5 c_b \rho \omega^2 r^5$  - момент сил трения среды о боковую поверхность зубьев, Нм;  $c_b$  - безразмерный момент сил трения среды о боковую поверхность зубьев, Нм;  $\rho$  - плотность среды, в которой вращается зубчатое колесо, кг/м<sup>3</sup>;  $r$  - радиус делительной окружности зубчатого колеса, м;  $P_p$  - потери мощности вследствие периодического сжатия среды в пространстве между головками и ножками зубьев зубчатых колес, Вт;  $z$  - число зубьев колеса.

Анализ движения среды при вращении зубчатого колеса проведенный методами компьютерной динамики жидкости (CFD) [11], показал, что между зубьями возникает

циркуляционное движение среды (рис. 1, а). Легко показать, что давление на зубья зубчатого колеса при вращении последнего в зоне циркуляционного движения частично или полностью компенсируется давлением центробежных сил. В полном объеме сила давления среды на эвольвентную поверхность действует только на участке АС (рис. 1, б). Сила давления среды на профильную поверхность зубьев направлена по нормали к эвольвенте и может быть найдена по известной формуле

$$F_n = 0,5V_n^2 A_{AC} \rho_a, \quad (2)$$

где  $V_n = \omega r_b = \omega r \cos \alpha$  - скорость перемещения среды при повороте зубчатого колеса, м/с;  $\alpha$  - угол сточного зацепления, рад;  $A_{AC} = bl_{AC}$  - площадь участка эвольвентного профиля зубьев (рис. 1, б),  $\text{м}^2$ ;  $b$  - ширина зубчатого венца, м;  $l_{AC} = 0,5r_b(\tg^2 \alpha_a - \tg^2 \alpha_c)$  - отрезок АС эвольвенты (рис. 1, б), м;  $\rho_a$  - плотность среды между зубьями,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;  $\alpha_a = \arccos(1/A)$  - угол профиля эвольвенты на окружности вершин, рад;  $A = r_a / r_b$  - относительный радиус окружности вершин;  $r_a$  - радиус окружности вершин, м;  $\tg \alpha_c = \tg \alpha_3 - (\tg \alpha_3 + 1)(\tg \alpha_2 - \tg \alpha_a + \varphi)$  - тангенс угла профиля эвольвенты в точке С (рис. 1, б);  $\alpha_3 = \arccos[(1 - \tg \alpha_2 + \tg \alpha_a - \varphi) \cos \alpha_2]$ ;  $\alpha_2 = (\tg \alpha_a - \varphi) + \frac{\pi}{2z} - \text{inv} \alpha$ ;  $z$  - число зубьев колеса;  $\varphi = \frac{\pi - 4xtg \alpha}{z} + 2(\text{inv} \alpha_a - \text{inv} \alpha)$ .

Плотность среды в между зубьями определяется исходя из условия истечения из сосуда неограниченной емкости с параметрами окружающей среды:

$$\rho_a = \rho \left[ 1 - \left( \frac{Q}{2A_F} \right)^2 \frac{(k-1)\rho}{2kp_a} \right]^{\frac{1}{k-1}}, \quad (3)$$

где  $\rho$  и  $p_a$  - плотность и давление среды в картере зубчатой передачи соответственно,  $\text{кг}/\text{м}^3$  и Па;  $k$  - показатель адиабаты;  $Q = V_n b A_{AC} = br_b \omega A_{AC}$  - объемный секундный расход потока среды из пространства между зубьями,  $\text{м}^3/\text{с}$ ;  $A_F = \frac{1}{2} r_b^2 \left[ \left( \frac{\pi}{z} - 2\text{inv} \alpha \right) (1 - B^2) + \left( 2\text{inv} \alpha_a - \frac{(\tg \alpha_a - \varphi)^3 + \tg^3 \alpha_a}{3} \right) \right]$  - площадь сечения осевого потока (площадь выделенной зоны на рис. 1, б),  $\text{м}^2$ ;  $B = r_f / r_b$  - относительный радиус окружности впадин зубчатого колеса;  $r_f$  - радиус окружности впадин, м.

Плотность окружающей среды в картере зубчатой передачи существенно зависит от количества в ней жидкостной составляющей, и определялась по формуле

$$\rho = x_g \rho_g + (1 - x_l) \rho_l, \quad (4)$$

где  $x_g$  - относительное объемное содержание газообразной составляющей в среде;  $x_l$  - относительное объемное содержание жидкости (вода или масло) составляющей в среде;  $\rho_g$ ,  $\rho_l$  - плотность газообразной и жидкости составляющих в среде,  $\text{кг}/\text{м}^3$ .

Мощность сил давления на зубья зубчатого колеса определяется формулой

$$P_n = 0,25zb\rho_a\omega^2 r_b^4 (\tg^2 \alpha_a - \tg^2 \alpha_c), \quad (5)$$

Сила жидкостного трения на эвольвентных поверхностях зубьев получена из закона Ньютона, в предположении ламинарного режима течения (скорость течения по нормали к эвольвенте распределяется по линейному закону):

$$F_\tau = 2\tau A_{AB} = 2\mu \frac{dv}{dn} A_{AB} = 2\mu \frac{V_\tau A_{AB}}{\delta}, \quad (6)$$

где  $\tau$  - касательное напряжение в слое среды, Па;  $\mu$  - коэффициент динамической вязкости среды, Пас;  $v$  - скорость среды по нормали к эвольвентной поверхности, м/с;  $V_\tau = V_n / \operatorname{tg} \alpha = \omega r_b / \operatorname{tg} \alpha$  - скорость течения среды по касательной к эвольвенте у поверхности зубьев, м/с;  $A_{AB} = 0,5br_b \left[ \operatorname{tg}^2 \alpha_a - (\operatorname{tg} \alpha_a - \varphi)^2 \right] = (\operatorname{tg} \alpha_a - \varphi / 2)\varphi$  - поверхность эвольвенты, обтекаемая средой при вращении зубчатого колеса (рис. 1, б),  $\text{м}^2$ ;  $\delta = \sqrt{12\mu\lambda / (\rho_a V_\tau)}$  - толщина пограничного слоя [12] при ламинарном течении среды, м;  $\lambda = \sqrt{bt}$  - характерный размер зубьев, м;  $t$  - модуль зубчатого колеса, м.

Окончательно мощность сил трения среды определяется формулой

$$P_\tau = \frac{z^{1,25} \rho_a \omega^3 (b/r)^{0,75} r_b^5 (\operatorname{tg} \alpha_a - \varphi / 2)\varphi}{\operatorname{tg}^2 \alpha \sqrt{3\sqrt{2}} \sqrt{\operatorname{Re}} \sin^{1,5} \alpha}, \quad (7)$$

где  $\operatorname{Re} = \frac{\omega r^2}{\mu}$  - число Рейнольдса.

Мощность сил трения среды о торцовую поверхность зубчатого колеса

$$P_b = 0,5c_b \rho \omega^3 r^5, \quad (8)$$

где  $c_b = \frac{3,87}{\operatorname{Re}^{0,5}}$  - безразмерный момент аэродинамического сопротивления

вращающегося диска [13] для ламинарного пограничного слоя;  $c_b = \frac{0,146}{\operatorname{Re}^{0,2}}$  - безразмерный момент аэродинамического сопротивления вращающегося диска [14] для турбулентного пограничного слоя.

Анализ полученных зависимостей (5), (6) и (7) показывает, что потери мощности вследствие аэродинамического сопротивления вращению зубчатых колес в значительной степени зависят от угловой скорости вращения, радиуса и ширины зубчатого колеса и числа зубьев. Для проверки адекватности предложенной модели были проведены расчеты для зубчатых колес со следующими параметрами: ширина зубчатого венца 30 и 60 мм, число зубьев 24, 36 и 72, делительными диаметрами 144 и 288 мм, модулями 4 и 6 мм. Результаты расчетов и их сравнение с экспериментальными данными приведены на рис. 2. При угловой скорости вращения зубчатых колес 1200 рад/с распределение потерь по составляющим приведены на рис. 3.

### 3. Заключение

Таким образом, выполненные исследования позволили сделать следующие выводы: - основными видами потерь мощности сил аэродинамического сопротивления вращению зубчатого колеса являются потери вследствие повышения давления на поверхности зубьев, потери жидкостного трения на эвольвентных поверхностях зубьев и торцевых поверхностях зубчатого колеса; - допущения, принятые при выводе зависимостей (5), (6) и (7) вполне оправданы, что подтверждается сравнительным анализом результатов расчета с экспериментальными данными (погрешность не превышает погрешности эксперимента); - разработанная математическая модель может быть использована для количественной оценки эффективности зубчатых передач на первоначальных этапах проектирования; - проведенный анализ позволяет наметить пути снижения потерь мощности вследствие аэродинамического сопротивления вращению зубчатых колес в высокоскоростных и тяжелонагруженных передачах.

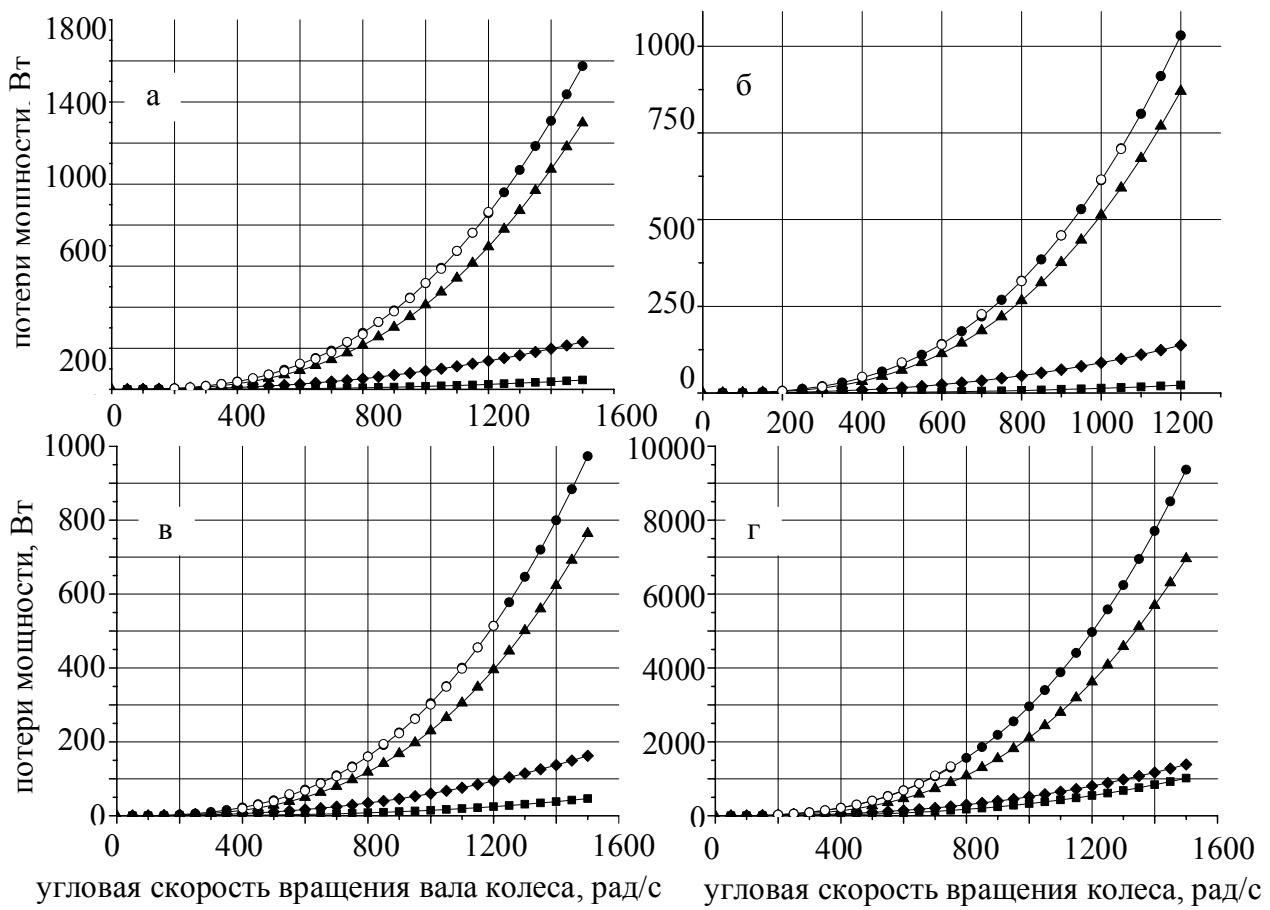


Рис.2. Распределение потерь мощности по составляющим: —■— - потери мощности на трение на торцах зубчатого колеса; —▲— - потери мощности вследствие роста давления в пространстве между зубьями; —◆— - потери мощности на трение на эвольвентных профилях зубьев; —●— - расчетные суммарные потери мощности вследствие аэродинамического сопротивления; —○— - суммарные потери мощности вследствие аэродинамического сопротивления, определенные экспериментально [2]. а) — б)  $b = 60$  мм;  $m = 4$  мм;  $z = 36$ ; б)  $b = 60$  мм;  $m = 4$  мм;  $z = 36$ ; г) — б)  $b = 30$  мм;  $m = 4$  мм;  $z = 72$

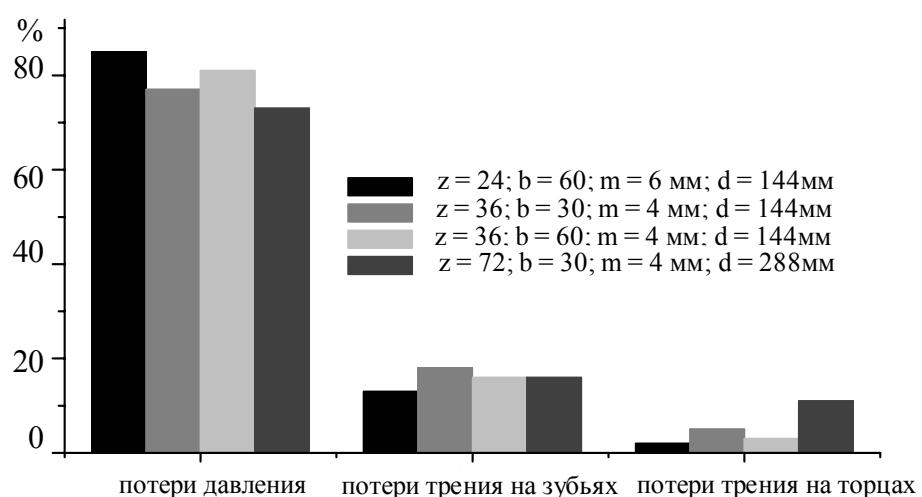


Рис. 3. Распределение потерь мощности по составляющим

**Список литературы:** 1. Townsend D. P. Gear Handbook. The Design, Manufacture and Application of Gears, 2nd ed./ Townsend D. P. - New York: McGraw-Hill, 1992. - pp. 12.24–12.28. 2. Diab Y. Investigations on Power Losses in High Speed Gears./ Diab Y., Ville F., Velex P.// - 2006 - J. Eng. Tribol. - 2006. - №220. - pp.191–298. 3. Weiss T. Efficiency Improvements for High Speed Gears/ Weiss T., Hirt M. // -2002- International Conference on Gears, Munich, Germany, VDI.-2002.-Vol.2.-pp.1161–1174. 4. Lord A.A. An experimental investigation of geometric and oil flow effects on gear windage and meshing losses. PhD Thesis, University of Wales, Swansea, 1998. 5. Dawson P. H. High Speed Gear Windage, GEC Review, 4 (3). - 1988 - pp.164–167. 6. Winfree D. Reducing Gear Windage Losses from High Speed Gears, AME Power Transmission and Gearing Conference, ASME, Baltimore, MD, -Sept.2000. 7. Diab Y. Windage Losses in High Speed Gears - Preliminary Experimental and Theoretical Results/ Diab Y., Ville F., Velex P., Changent C.//2004- Journal of Mechanical Design,-Sept.2004.-Vol.126.-pp.903–908. 8. Anderson N.E. Effect of Geometry and Operating Conditions of Spur Gear System Power Loss. / Anderson N.E., Loewenthal S.H. // Journal of Mechanical Design, - Jan. 1981 - Vol. 103. - pp. 151–159. 9. Handschuh R.F., Kilmain C. J. Preliminary Comparison of Experimental and Analytical Efficiency Results of High-Speed Helical Gear Trains./ Handschuh R.F., Kilmain C. J.// DETC'03, ASME, Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference.-2003.-Vol. 4B. pp.949–955. 10. Heingartner P. Determination Power Losses in the Helical Gear Mesh./ Heingartner P., Mba D.// Gear Technology. - Sept. 2005. 11. Hill M. J. Application and Validation of Unstructured Overset CFD Technology for Rotorcraft Gearbox Windage Aerodynamics Simulation. / Hill M. J., Kunz R. F., Noack R.W., Long L. N., Morris P. J., Handschuh R. F.// American Helicopter Society 64th Annual Forum, Montreal, Canada.-April 29-May 1, 2008. 12. Seetharaman S. An investigation of load-independent power losses of gear systems, PhD Dissertation, The Ohio State University, 2009. 13. Газовые турбины. Ч.1. Термодинамические процессы и теплообмен в конструкциях. / Шнээ Я.И., Капинос В.М., Котляр И.В. - К.: Вища школа, 1976. – 296 с.

#### **ANALYSIS OF WINDAGE POWER LOSSES IN GEARED TRANSMISSIONS**

**Stavytsky V.V., Nosko P.L., Likhodeev S.I.** (East Ukrainian National University named after Vladimir Dal, Vladimir State University, Lugansk, Vladimir, Ukraine, Russia)

**Abstract:** A series of formulas which enable accurate prediction of windage losses for one pinion characteristic of gear transmission geometry are presented. The results are based on analysis of aerodynamic forces (pressure and viscous) within the air-oil atmosphere that are present within a gearbox. Obtained results have been experimentally validated over a wide range of speeds and gear geometries.

**Key words:** gears, windage loss, torque, rotational speed, face width, number of teeth.

#### **АНАЛІЗ КОМПОНЕНТІВ ВТРАТ ПОТУЖНОСТІ ВНАСЛІДОК АЕРОДИНАМІЧНОГО ОПОРУ ОБЕРТАННЮ ЗУБЧАТИХ КОЛІС**

**Анотація:** У статті отримані аналітичні залежності втрат потужності внаслідок аеродинамічного опору обертанню зубчатих коліс від основних геометричних параметрів коліс і фізичних параметрів середовища. Виявлено питома вага різних компонентів втрат потужності. Проведений порівняльний аналіз розрахункових результатів з експериментальними даними.

**Ключові слова:** зубчасте колесо, втрати потужності, аеродинамічний опір, швидкість потоку, число Рейнольдса, число зубців, ширина зубчастого вінця, радіус основного кола.

Надійшла до редколегії 19.12.2010.