

## АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ТЕСТИРОВАНИЯ ВЯЗКОУПРУГИХ ПОКРЫТИЙ

Джафаров Н.Д. (Баку, Азербайджанская Государственная Нефтяная Академия)  
E-mail: ariff-1947@mail.ru

**Аннотация.** В данной статье рассматривается поведение вязкоупрого покрытия. Для анализа поведения предложена математическая модель, которая учитывает существование пор в материале покрытия. В работе приведены зависимости относительного объема пор от параметров тестирования: сила сжатия, перемещение точек покрытия, подверженных этой силе, продолжительность воздействия.

**Ключевые слова:** вязкоупругое покрытие, пора, тестирование, сила сжатия, продолжительность воздействия

**1. Введение.** Технология производства некоторых изделий, улучшение эксплуатационных характеристик, восстановление работоспособности и другие процессы требуют нанесения покрытий на изделия. Свойства этих покрытий влияют на дальнейшее поведение рассматриваемых изделий. Поэтому исследования этих свойств имеют практическую значимость. Некоторые свойства можно оценить, основываясь на свойства компонент материала покрытия. Ряд свойств покрытия проявляют себя после нанесения их на изделие. Поэтому тестирование покрытия является необходимым для оценки ее работоспособности. В большинстве случаев эти свойства зависят от наличия пор материала покрытия. Отметим, что объем пор и их распределение может меняться во времени в результате реологических процессов, происходящих в материале.

Для исследования изменения объема пор в покрытии целесообразно построение математической модели поведения материала покрытия. В данном случае эта модель должна учитывать наличие пор и реологические свойства материала, в частности, вязкоупругость. В рамках этой модели необходимо решить ряд задач, решение которых можно сопоставить с результатами тестирования. Так как это сопоставление позволяет корректировать модель, то анализ результатов тестирования представляет практический интерес.

**2. Постановка задачи.** Рассмотрим покрытие, наклеенное на изделие. Свойства этого покрытия зависят от многих факторов, в частности, от компонент материала покрытия, технологии его изготовления. Необходимо отметить, что свойства покрытия меняется не только в процессе приготовления, но и при нанесении его на изделие вплоть до начала эксплуатации [1]. Так как свойства покрытия влияют на эксплуатационные свойства всей конструкции, то возникает необходимость анализа свойств покрытия после его нанесения.

В основе этого анализа лежит анализ поведения каждой из компонент материала покрытия и их взаимодействия. Среди многочисленных видов покрытия рассмотрим покрытие, состоящее из твердых частиц, соединенных между собой связывающим веществом. Для толстостенных покрытий можно принять, что твердые частицы ведут себя как абсолютно жесткое тело, т.е. не деформируются. Поведение связывающего вещества можно моделировать вязкоупругой моделью [2]. Таким образом, материал покрытия можно представить как совокупность недеформируемых твердых частиц, соединенных между вязкоупругим связывающим материалом. В ряде случаев (в зависимости от размера частиц и их формы, от свойств связывающего материала и т.п.) в материале имеются пустоты (поры). Их наличие ухудшает свойства покрытия, поэтому

анализ их изменения представляет практический интерес.

В рамках принятых допущений, исходя из геометрических соображений, изменение объема пор можно представить следующим образом:

$$\omega = \omega_0 - \frac{\partial u}{\partial x}, \quad (1)$$

где  $\omega$  - относительный объем пустот;  $\omega = \frac{V_n}{V}$ , где  $V$  - выделенный объем тела;  $V_n$  -

объем пустот в этом теле;  $\omega_0$  - начальный относительный объем пустот;  $u$  - перемещение точек поверхности покрытия в перпендикулярном к ней направлении;  $x$  - продольная координата в этом же направлении. Предположим, что поверхность покрытия находится под действием напряжения, определяемой одной нормальной составляющей.

При учете пустот, по аналогии с теорией повреждаемости, выделяются два типа напряжения: эквивалентное  $\sigma_s = \frac{Q}{F}$  и «истинное»  $\sigma_u = \frac{Q}{F_s}$ , где  $Q$  - нормальная составляющая приложенной силы;  $F$  - площадь, на которой действует сила  $Q$ ,  $F_s = F - F_n$ , где  $F_n$  - площадь пустот в произвольном поперечном сечении. Введенная величина  $\omega$  является скаляром [3]. Поэтому можно предположить, что  $\omega = \frac{V_n}{V} = \frac{F_n}{F}$ . Отсюда следует, что  $F_n = \omega F$ . Тогда

$$\sigma_s = \frac{Q}{F}; \sigma_u = \frac{Q}{F_s} = \frac{Q}{F(1 - \omega)} = \frac{q}{1 - \omega}; q = \frac{Q}{F}.$$

Так как деформация происходит в результате действия  $\sigma_u$ , то следует, что  $\frac{\partial u}{\partial x}$

зависит от  $\sigma_u$ . Из физической сути изменения  $\omega$  следует, что изменение зависит от деформации связующего материала. Предположив, что связующий материал является вязкоупругим, то вместо (1) имеем:

$$\omega = \omega_0 - K^*(\sigma_u) = \omega_0 - K^*\left(\frac{q}{1 - \omega}\right), \quad (2)$$

где  $K^*$  - оператор, характеризующий вязкоупругие свойства связывающего материала. В зависимости от этих свойств оператор  $K^*$  может быть различного типа: линейным, интегральным, разностным и т.д. Все это так же как и величина влияют на эксплуатационные свойства покрытия. Если свойства оператора  $K^*$  предопределяются выбором связывающего, то начальный относительный объем пустот носит случайный характер. Отметим, что значении  $\omega_0$  влияет на качество покрытия: чем меньше  $\omega_0$ , тем лучше покрытие. Поэтому нахождение величины  $\omega_0$  представляет интерес.

**3. Решение задачи.** Для оценки (определении)  $\omega_0$  нанесенного покрытия проводится диагностика (мониторинг). Среди различных способов диагностики выделим один, основанный на замере перемещения точек покрытия, подверженных действию сжимающей силы. Для анализа замеренных результатов в покрытии мысленно выделим призму в продольном направлении, с высотой  $L$  равной толщине покрытия. Предположим, что эта призма сжимается силой  $Q$ , которая приложена к торцу призмы, с пло-

щадью поперечного сечения равной  $F$ . Для вязкоупругих материалов тестирования проводится несколько раз. Распределение силы во времени  $t$  схематично представлено на рисунке.

Здесь  $Q_1$  и  $Q_2$  - среднее значение приложенной силы,  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  – время тестирования (приложение силы),  $t_1$  и  $t_2$  – начало тестирования, вне диапазона времен  $[t_1; t_1 + \Delta_1]$  и  $[t_2; t_2 + \Delta_2]$  сила не прикладывается (собственным весом здесь пренебрегается).

Во время действия силы она не постоянна: в начале прикладывается некоторая сила, затем она доводится до некоторого значения, потом во время замера, сила не меняется и наконец, покрытие разрушается – значение силы изменяется до нуля. Учитывая малость  $\Delta_i$  по сравнению с  $t_2 - t_1$ , быстрое изменение  $Q$ , можно предположить, что  $Q = Q_i - \text{const}$  на промежутке  $(t_i; t_i + \Delta_i)$ .

Для анализа состояния покрытия предположим, что мгновенной деформацией можно пренебречь и ядро ползучести постоянно. Определим изменения параметра  $\omega$  в соответствии с изменением приложенной силы во времени. Для  $0 \leq t < t_1$  имеем, что  $q = 0$  ( $Q = 0$ ). Так как, в силу принятых предположений:

$$K^* \left( \frac{q}{1 - \omega} \right) = K \int_0^t \frac{q_0}{1 - \omega} d\tau, \quad q_0 = \frac{q}{E_x}, \quad K = \bar{K} \cdot E_x,$$

где  $E_x$  – характерный модуль Юнга,  $\bar{K}$  - коэффициент ползучести, то  $\omega = \omega_0$  при  $0 \leq t < t_1$ . Для  $t_1 \leq t < t_1 + \Delta_1$ , основываясь на (1) и что  $Q = Q_1$ , имеем

$$\omega = \omega_0 - K \int_0^t \frac{q_0}{1 - \omega} d\tau = \omega_0 - K q_1 \int_{t_1}^t (1 - \omega)^{-1} d\tau, \quad q_1 = \frac{Q_1}{E_x}, \quad (3)$$

Приведенное интегральное уравнение сведем к дифференциальному. После дифференцирования его по  $t$  получим:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = -K q_1 \frac{1}{1 - \omega}; \quad \omega = \omega_0 \text{ при } t = t_1,$$

где начальное условие определяется из (3) при  $t = t_1$ . Решение данного уравнения представим в следующем виде:

$$\frac{1}{2} [(1 - \omega)^2 - (1 - \omega_0)^2] = K q_1 (t - t_1),$$

Отсюда следует, что

$$\omega = 1 - \sqrt{2 K q_1 (t - t_1) + (1 - \omega_0)^2}, \quad (4)$$

где знак перед корнем выбирается, основываясь на начальное условие. Для  $t_1 + \Delta_1 \leq t < t_2$ , по аналогии с предыдущими уравнениями, имеем

$$\omega = \omega_0 - K q_1 \int_{t_1}^{t_1 + \Delta_1} (1 - \omega)^{-1} d\tau.$$

Основываясь на равенство (4)

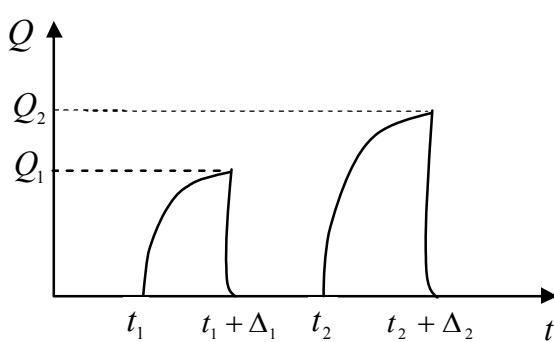


Рис. 1. Распределение силы  $Q$  во времени

получим, что для

$$\omega = \omega_0 - Kq_1 \int_{t_1}^{t_1 + \Delta_1} (2Kq_1(\tau - t_1) + (1 - \omega_0)^2)^{\frac{1}{2}} d\tau = 1 - [(1 - \omega_0)^{2+2Kq_1\Delta_1}]^{\frac{1}{2}} = \omega_1, \quad (5)$$

Так как после снятия нагрузки значение параметра  $\omega$  не изменяется, т.е.,  $\omega = \omega_1$ , то, следовательно, не меняется состояние покрытия. Проанализируем это состояние. Выражение (5) имеет смысл при  $\omega > 0$ . При  $\omega = 0$  в покрытии возникает предельное состояние, характеризующееся закрытием пор. В этом случае уравнение меняет свой вид. Очевидно, что предположение о закрытии пор ( $\omega = 0$ ) носит гипотетический характер и на практике не осуществляется. Однако это условие позволяет определить параметры предельного состояния. В частности, основываясь на уравнении (5), из условия  $\omega = 0$  следует:

$$KQ_1\Delta_1 = \frac{1}{2}\omega_0(2 - \omega_0), \quad (6)$$

Условие (6) есть условие ограничения на параметры задачи, в частности, на  $q_1$ .

Из (6) следует, что  $q_1 \leq q_{1_{kp}}$ , где  $q_{1_{kp}} = \omega_0(1 - \omega_2) \frac{1}{2K\Delta_1}$  - предельное значение нагрузки  $q_1$ , при которой закрываются поры.

Другим параметром предельного состояния есть перемещение нагруженного торца призмы. Из уравнений (1) и (2) следует

$$\frac{\partial u}{\partial x} = K^* \left( \frac{q}{1 - \omega} \right) = K \int_0^t \frac{q_0}{1 - \omega} d\tau.$$

Границное условие для решения полученного дифференциального по  $x$  уравнения определяется из условия контакта покрытия с изделием при  $x = 0$ . Предположив, что контакт жесткий, имеем, что  $u = 0$  при  $x = 0$ . После интегрирования по  $x$  следует, что

$$u = xK \int_0^t \frac{q_0}{1 - \omega} d\tau.$$

За характерное перемещение точек покрытия примем обезразмеренное перемещение нагруженного торца, т.е.  $S = \frac{u(L)}{L}$ . Тогда

$$S = K \int_0^t \frac{q_0}{1 - \omega} d\tau.$$

Для  $0 \leq t < t_1$  очевидно, что  $S = 0$ . Для  $t_1 \leq t < t_1 + \Delta_1$  имеем

$$S = [(1 - \omega_0)^2 + 2Kq_1(t - t_1)]^{\frac{1}{2}} - 1 + \omega_0.$$

Отсюда определим предельное значение величины  $S$  при  $t = t_1 + \Delta_1$ . Из уравнения (6) и полученного выражения для  $S$  следует, что  $S_{kp} = \omega_0$ .

Для  $t_2 \leq t < t_2 + \Delta_2$ , учитывая, что  $Q = Q_2$  имеем:

$$\omega = \omega_0 - K \int_0^t \frac{q_0}{1 - \omega} d\tau = \omega_0 - Kq_1 \int_{t_1}^{t_1 + \Delta_1} (1 - \omega)^{-1} d\tau - Kq_2 \int_{t_2}^t (1 - \omega)^{-1} d\tau, \quad q_2 = \frac{Q_2}{E_x}, \quad (7)$$

Решение этого интегрального уравнения эквивалентно решению следующего дифференциального уравнения:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = -Kq_2(1-\omega)^{-1} \quad \omega = \omega_2 \text{ при } t = t_2,$$

где начальное условие определяется из уравнения (7) при  $t = t_2$  и имеет вид:

$$\omega_2 = \omega_0 - Kq_1 \int_{t_1}^{t_1 + \Delta_1} (1-\omega)^{-1} d\tau = \omega_1.$$

Последнее равенство следует из равенства (5). Тогда решение уравнения (7) представим следующим образом:

$$\omega = 1 - \sqrt{2Kq_2(t - t_2) + (1 - \omega_1)^2} = 1 - \sqrt{(1 - \omega_0)^2 + 2K[q_2(t - t_2) + q_1\Delta_1]}, \quad (8)$$

Для  $t_2 + \Delta_2 \leq t$  имеем:

$$\omega = \omega_0 - Kq_1 \int_{t_1}^{t_1 + \Delta_1} (1-\omega)^{-1} d\tau - Kq_2 \int_{t_2}^t (1-\omega)^{-1} d\tau = 1 - \sqrt{(1 - \omega_0)^2 + 2K[q_2\Delta_2 + q_1\Delta_1]} = \omega_3 \quad (9)$$

Соотношение (9) позволяет определить предельное значение нагрузки  $q_2$ . Оно определяется из следующего соотношения, основанного на условии  $\omega = 0$ :

$$q_1\Delta_1 + q_2\Delta_2 = \frac{1}{2K}\omega_0(2 - \omega_0). \quad (10)$$

Из (10) следует, что  $q_2 \leq q_{2kp}$ , где  $q_{2kp} = [\omega_0(1 - \omega_0)\frac{1}{2K} - q_1\Delta_1]\frac{1}{\Delta_2}$  – предельное значение нагрузки  $q_2$ , при которой закрываются поры. Отметим, что предельное значение  $S_{kp} = \omega_0$ .

**4. Анализ полученных результатов.** Отметим, что проведение тестирования в одной и той же точке покрытия объясняется тем, что покрытие может быть неоднородным. В этом случае величина  $\omega_0$  зависит от рассматриваемой точки. В результате первого воздействия силой  $Q_1$  относительное перемещение  $S_1$  определяется следующим выражением:

$$S_1 = [(1 - \omega_0)^2 + 2Kq_1\Delta_1]^{\frac{1}{2}} - (1 - \omega_0).$$

где  $S_1$  – замеряемая величина. Отметим, что  $q_1 < q_{1kp}$ . Отсюда определяем характеристическую величину  $\omega_0$ . Она равна

$$\omega_0 = 1 + \frac{S_1}{2} - \frac{Kq_1\Delta_1}{S_1}.$$

Таким образом, зная замеряемую величину  $S_1$ , задаваемую величину  $Q_1$  и продолжительность воздействия  $\Delta_1$ , определяется искомая величина  $\omega_0$ , характеризующая качество покрытия.

В результате второго воздействия силой  $Q_2$  характерное перемещение  $S_2$  определяется следующим выражением:

$$S_2 = \left( (1 - \omega_0)^2 + 2K[q_1 \Delta_1 + q_2 \Delta_2] \right)^{\frac{1}{2}} - (1 - \omega_0).$$

где  $S_2$  - замеряемая величина. Отсюда находим характерную величину в следующем виде:

$$\omega_0 = 1 + \frac{S_2}{2} - \frac{K(q_1 \Delta_1 + q_2 \Delta_2)}{S_2}.$$

Таким образом, зная замеряемую величину  $S_2$ , продолжительность воздействия  $\Delta_2$ , задаваемую нагрузку  $Q_2$  ( $q_2 < q_{2kp}$ ), определяется анализируемая величина  $\omega_0$ . По двум замерам уточняется значение величины  $\omega_0$ . Отметим, что приведенные зависимости верны для до предельных значений параметров задачи, найденных при решении задачи.

**Заключение.** Из решения рассмотренной задачи, в рамках принятых предположений, можно определить качественный параметр материала покрытия, а именно, относительный объем пор. Получены выражения, позволяющие по нескольким данным тестирования уточнить значение полученной величины.

**Список литературы:** 1. Фрейдин А.С., Турусов Р.А. Свойства и расчет адгезионных соединений. М., «Химия», 1990, 256 с. 2. Тамупс В.П., Протасов В.Д. Разрушение конструкций композитных материалов. Рига. Зинатне, 1986, 264 с. 3. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М., «Наука», 1980

#### ***ANALYSIS OF RESULTS OF TESTING VISCOELASTIC COVERS***

***Djafarov N.D. (ASOA, Baku, Azerbaijan)***

***Abstrakt.*** The paper considers behavior of a viscoelastic cover. For analysis of behavior a mathematical model, which considers existence of pores in the covering material, is suggested. In the paper dependences of relative volume of pores on testing parameters are given: compressive force, displacement of points of covering subjected to this force, exposure time.

***Key words:*** viscoelastic coating time, testing, compression force, the duration of exposure.

#### ***АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТИВ ТЕСТИРОВАННЯ В'ЯЗКОПРУЖНИХ ПОКРИТІВ***

***Джасаров Н.Д. (м. Баку, Азербайджанська Державна Нафтова Академія)***

*E-mail: ariff-1947@mail.ru*

***Анотація.*** У даній статті розглядається поведінка в'язкопружного покриття. Для аналізу поведінки запропоновано математичну модель, яка враховує існування пор в матеріалі покриття. У роботі наведено залежності відносного об'єму пор від параметрів тестування: сила стиску, переміщення точок покриття, на які впливає ця сила, тривалість взаємодії.

***Ключові слова:*** в'язкопружну покриття, пора, тестування, сила стиснення, тривалістю відействія.

Надійшла до редколегії: 01.12.2010.