

## ЗАКОНОМЕРНОСТИ НЕЛИНЕЙНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ СЛОИСТЫХ УГЛЕПЛАСТИКОВ

Алимов М.А., Думанский А.М., Радченко А.А. (ИМАШ РАН, г. Москва, Россия)

Тел.: +7 (499) 1353074; E-mail: [alimov@ktv.ru](mailto:alimov@ktv.ru)

**Аннотация.** В работе на основе результатов испытаний перекрестно-армированных углепластиков с разными углами укладки получена объективная диаграмма деформирования монослоя при сдвиге. Предложены два расчетно-экспериментальных метода описания нелинейных свойств слоя при сдвиге и проведено их сравнение.

**Ключевые слова:** нелинейное деформирование, модуль сдвига, слоистый углепластик.

**1. Введение.** В современном машиностроении все более широкое применение находят тонкостенные конструкции из углепластиков, отличающиеся высокой прочностью, жесткостью и коррозионной стойкостью. Такие конструкции, работающие в ответственных узлах, в условиях эксплуатации могут испытывать значительные деформации, выходящие за пределы упругости. Исследованию закономерностей нелинейного деформирования углепластиков посвящена настоящая работа.

Экспериментальные исследования [1-5], проведенные на плоских образцах из перекрестно-армированных углепластиков при растяжении, показывают, что диаграммы деформирования имеют существенную нелинейность при углах укладки  $\theta = \pm 30^\circ \dots \pm 60^\circ$ , что связано, главным образом, с нелинейностью однонаправленного слоя при сдвиге. Типичная диаграмма деформирования многослойной пластины представлена на рис.1, где  $\sigma_x$  и  $\varepsilon_x$  – напряжение и деформация вдоль пластины,  $\varepsilon_y$  – деформация в

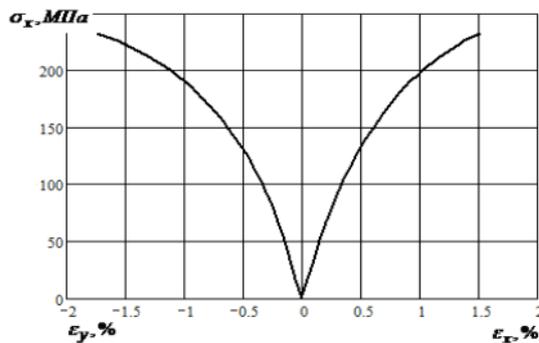


Рис. 1. Диаграмма деформирования перекрестно-армированного углепластика с укладкой  $\pm 40^\circ$  при одноосном растяжении

поперечном направлении. В литературе неоднократно предлагались различные модели описания нелинейных свойств монослоя при сдвиге, в частности, в [4] для этого использовались соотношения линейной теории упругости анизотропного тела, а в [5] была применена теория слоистых пластин с вариацией модуля сдвига однонаправленного слоя по мере увеличения растягивающей нагрузки. Однако в этих работах рассматривались только углепластики с перекрестным армированием  $\pm 45^\circ$ , что ограничивает их применимость к материалам с иными укладками.

В настоящей статье на основе испытаний на растяжение образцов из углепластика с перекрестной структурой укладки предпринята попытка получения объективной диаграммы деформирования слоя при сдвиге. При этом использовались два расчетно-экспериментальных метода: первый метод основан на соотношениях плоской теории упругости анизотропного тела, второй – на теории слоистых пластин.

**2. Описание методов и результаты расчета.** Исходными данными для анализа были результаты испытаний на одноосное растяжение перекрестно-армированных углепластиков с укладками  $0, \pm 20, \pm 40, \pm 50, \pm 70, 90$ . Методом идентификации были оп-

ределены характеристики упругости однонаправленного слоя:  $E_1$ ,  $E_2$  - модули упругости вдоль и поперек волокон, соответственно,  $G_{12}$  - модуль сдвига,  $\nu_{12}$ ,  $\nu_{21}$  - коэффициенты Пуассона [2].

**1-й метод.** Примем, что касательные напряжения в разнонаправленных слоях  $\tau_{xy}^\theta = -\tau_{xy}^{-\theta} \neq 0$ , т.е. касательные напряжения в осях ортотропии пластины ( $x$ ,  $y$ ), действующие в слоях, компенсируют друг друга. Соответственно, деформации сдвига в этих слоях  $\gamma_{xy}^\theta = \gamma_{xy}^{-\theta} = 0$ . Выразим касательное напряжение  $\tau_{xy}$  через продольную  $\varepsilon_x$  и поперечную  $\varepsilon_y$  деформации пластины, используя соотношение [6]:

$$\{\sigma_{xy}\} = [\bar{G}_{xy}] \{\varepsilon_{xy}\}, \quad (1)$$

где  $\{\sigma_{xy}\} = \{\sigma_x \quad \sigma_y \quad \tau_{xy}\}^T$  и  $\{\varepsilon_{xy}\} = \{\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \gamma_{xy}\}^T$  - столбцы напряжений и деформаций,  $[\bar{G}_{xy}]$  - матрица жесткости монослоя:

$$[\bar{G}_{xy}] = \begin{bmatrix} \bar{g}_{xx} & \bar{g}_{xy} & \bar{g}_{xs} \\ \bar{g}_{xy} & \bar{g}_{yy} & \bar{g}_{ys} \\ \bar{g}_{xs} & \bar{g}_{ys} & \bar{g}_{ss} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Из (1) и (2) с учетом  $\gamma_{xy} = 0$  получаем

$$\tau_{xy} = \bar{g}_{xs}\varepsilon_x + \bar{g}_{ys}\varepsilon_y. \quad (3)$$

Компоненты матрицы жесткости монослоя определяются по формулам [6]:

$$\begin{aligned} \bar{g}_{xs} &= \left[ c^2 g_{11}^0 - s^2 g_{22}^0 + (g_{12}^0 + 2g_{66}^0)(s^2 - c^2) \right] sc, \\ \bar{g}_{ys} &= \left[ s^2 g_{11}^0 - c^2 g_{22}^0 - (g_{12}^0 + 2g_{66}^0)(s^2 - c^2) \right] sc, \end{aligned}$$

где  $s = \sin \theta$ ;  $c = \cos \theta$ ;  $g_{11}^0 = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$ ;  $g_{22}^0 = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$ ;  $g_{12}^0 = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$ ;  $g_{66}^0 = G_{12}$ .

Для построения диаграммы деформирования слоя при сдвиге осуществим пересчет напряжений и деформаций из осей ортотропии пластины в главные оси монослоя (1, 2) по формулам [6]:

$$\{\sigma_{12}\} = [T_1]^{-1} \{\sigma_{xy}\}, \quad (4)$$

$$\{\varepsilon_{12}\} = [T_2]^{-1} \{\varepsilon_{xy}\}, \quad (5)$$

где  $\{\sigma_{12}\} = \{\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \tau_{12}\}^T$  и  $\{\varepsilon_{12}\} = \{\varepsilon_1 \quad \varepsilon_2 \quad \gamma_{12}\}^T$  - столбцы напряжений и деформаций в главных осях однонаправленного слоя;  $[T_1]$  и  $[T_2]$  - матрицы преобразования напряжений и деформаций, соответственно:

$$[T_1]^{-1} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2sc \\ s^2 & c^2 & -2sc \\ -sc & sc & c^2 - s^2 \end{bmatrix}, \quad [T_2]^{-1} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & sc \\ s^2 & c^2 & -sc \\ -2sc & 2sc & c^2 - s^2 \end{bmatrix}.$$

Учитывая, что при одноосном растяжении в направлении оси  $Ox$   $\sigma_y = 0$ , из (3) и (4) получаем формулу для касательного напряжения в главных осях монослоя

$$\tau_{12} = -sc\sigma_x + (c^2 - s^2)(\bar{g}_{xs}\varepsilon_x + \bar{g}_{ys}\varepsilon_y). \quad (6)$$

Из (5) с учетом  $\gamma_{xy} = 0$  получаем

$$\gamma_{12} = -2sc(\varepsilon_x - \varepsilon_y). \quad (7)$$

На основе экспериментально полученных диаграмм деформирования (рис.1) для образцов с укладками  $\pm 20$ ,  $\pm 40$ ,  $\pm 50$ ,  $\pm 70$  и соотношений (8) и (9) построим диаграмму деформирования монослоя при сдвиге (рис.2).

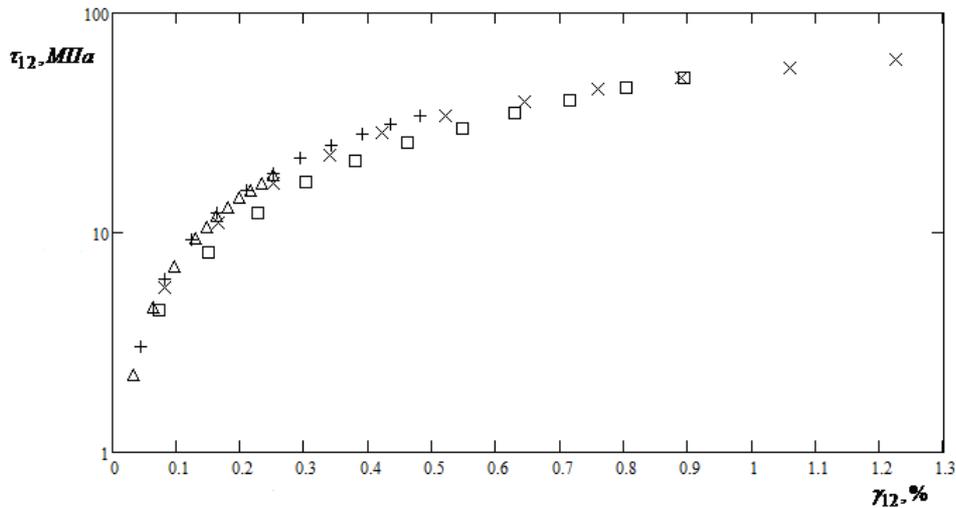


Рис. 2. Диаграмма деформирования слоя при сдвиге для перекрестно-армированных углепластиков с укладками  $\pm 20$  ( $\square$ ),  $\pm 40$  ( $\times$ ),  $\pm 50$  ( $+$ ) и  $\pm 70$  ( $\Delta$ ) в полулогарифмических координатах

Как видно из рис. 2, расчетные данные, соответствующие разным углам укладки, могут быть описаны одной кривой, что позволяет сделать предположение о наличии единой кривой деформирования при сдвиге. Такое предположение может существенно уточнить расчеты тонкостенных конструкций из углепластиков с перекрестным армированием в тех случаях, когда преобладающими являются деформации сдвига, вызывающие перераспределение напряжений в слоях.

**2-й метод.** Метод основывается на предположении, что модули упругости  $E_1$ ,  $E_2$  и коэффициенты Пуассона  $\nu_{12}$ ,  $\nu_{21}$  однонаправленного слоя в процессе деформирования могут быть приняты постоянными величинами; а модуль сдвига  $G_{12}$  существенно зависит от деформации. Далее для построения диаграммы деформирования при сдвиге используем соотношения теории слоистых пластин [6], согласно которым средние деформации пакета, совпадающие с деформациями слоев, при одноосном растяжении определяются по формуле:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{xx} & g_{xy} & g_{xs} \\ g_{xy} & g_{yy} & g_{ys} \\ g_{xs} & g_{ys} & g_{ss} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (8)$$

где компоненты матрицы жесткости пакета слоев

$$g_{ij} = \sum_{k=1}^n \bar{g}_{ij}^{(k)} \cdot \bar{h}^{(k)} \quad (ij = x, y, s);$$

здесь  $\bar{h}^{(k)}$  - относительная толщина  $k$ -го слоя,  $n$  - количество слоев,  $\bar{g}_{ij}^{(k)}$  - компоненты матрицы жесткости  $k$ -го слоя, зависящие от модуля сдвига  $G_{12}$ , меняющегося в процессе деформирования.

Далее, зная постоянные упругие характеристики однонаправленного слоя ( $E_1$ ,  $E_2$ ,  $\nu_{12}$ ,  $\nu_{21}$ ), для ряда значений растягивающей нагрузки  $\sigma_x$  по формуле (8) путем итерации подбираем такие величины  $G_{12}$ , при которых экспериментальные значения продольной и поперечной деформации ( $\varepsilon_x^{\text{э}}$  и  $\varepsilon_y^{\text{э}}$ ), полученные из диаграммы деформирования отдельного образца (рис.1), будут минимально отличаться от соответствующих расчетных значений ( $\varepsilon_x^{\text{р}}$  и  $\varepsilon_y^{\text{р}}$ ). В этих целях используем минимизацию невязки расчетных и экспериментальных значений деформаций:

$$\min \left[ \left( \varepsilon_x^{\text{э}} - \varepsilon_x^{\text{р}} \right)^2 + \left( \varepsilon_y^{\text{э}} - \varepsilon_y^{\text{р}} \right)^2 \right].$$

Имея ряд значений  $G_{12}$ ,  $\varepsilon_x$  и  $\varepsilon_y$ , вычисляем соответствующие им значения  $\gamma_{12}$  по формуле (5), учитывая, что  $\{\varepsilon_{xy}\} = \{\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad 0\}^T$ . Касательное напряжение  $\tau_{12}$  определяется по формуле:

$$\tau_{12} = G_{12} \cdot \gamma_{12}.$$

Таким образом, можно построить диаграмму деформирования однонаправленного слоя при сдвиге. На рис.3 приводится зависимость  $\tau_{12}$  от  $\gamma_{12}$  для образцов с углами укладки  $\pm 40^\circ$  и  $\pm 50^\circ$ .

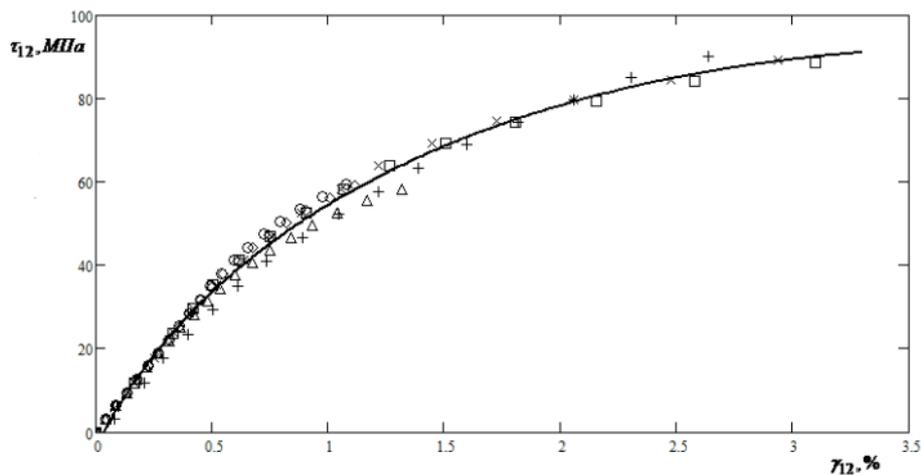


Рис. 3. Зависимость касательного напряжения  $\tau_{12}$  от  $\gamma_{12}$  для образцов с углами укладки  $\pm 40^\circ$  (+ × ◻) и  $\pm 50^\circ$  (◊ ◻)

Как и на рис.2, результаты, представленные на рис.3, также хорошо описываются единой кривой деформирования. На рис.4 сопоставлены результаты расчетов по двум изложенным выше методам, и эти результаты хорошо согласуются.

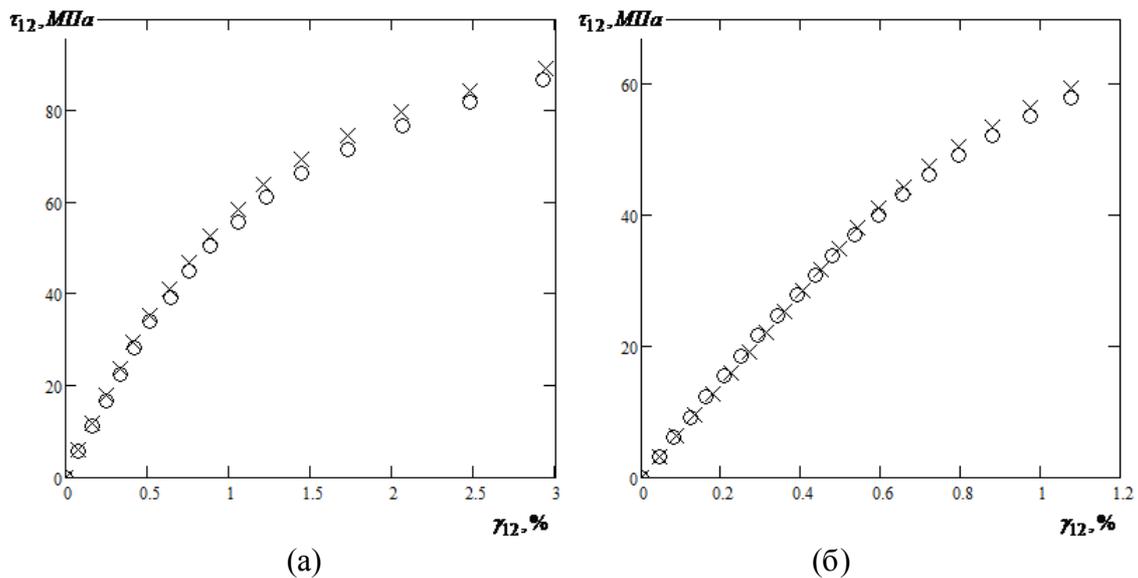


Рис. 4. Сопоставление результатов расчета, полученных двумя методами для образцов с укладками  $\pm 40^\circ$  (а) и  $\pm 50^\circ$  (б): ○ – расчет по 1-му методу, × – расчет по 2-му методу

Для проверки полученных результатов был проведен обратный расчет, т.е. по единой кривой деформирования слоя при сдвиге (рис.3) была получена диаграмма деформирования образца с укладкой  $\pm 40^\circ$ . Такой расчет представлен на рис.5.

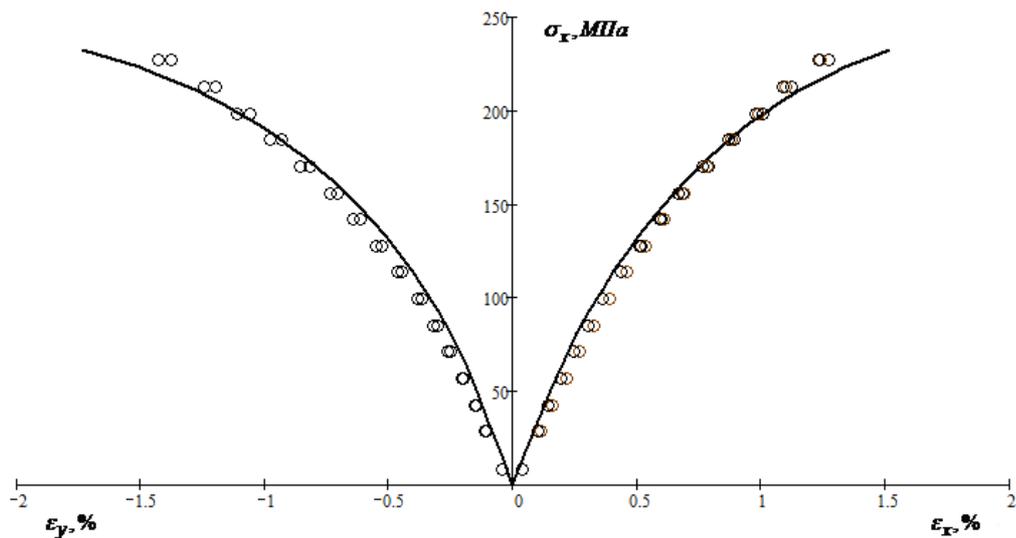


Рис. 5. Диаграммы деформирования перекрестно-армированного углепластика с укладкой  $\pm 40^\circ$ , полученные экспериментально (○) и расчетом (сплошные линии)

**3. Заключение.** Зависимости  $\tau_{12}(\gamma_{12})$ , полученные описанными расчетно-экспериментальными методами для перекрестно-армированных пластин с разными углами укладки, оказались практически идентичны друг другу. Они имеют существенное отклонение от линейности, что указывает на то, что при нагружении может иметь место заметное перераспределение напряжений в слоях. Представление таких зависимостей, относящихся к слоистым пластинам с разными углами укладки, единой кривой деформирования однонаправленного слоя при сдвиге дает результаты, хорошо согласующиеся с экспериментом.

Предложенный подход может быть использован в расчетах деформирования и разрушения элементов тонкостенных конструкций из углепластика.

**Список литературы:** 1. Зиновьев П.А., Песошников Е.М., Попов Б.Г., Таирова Л.П. Экспериментальное исследование некоторых особенностей деформирования и разрушения слоистого углепластика. // Механика композитных материалов. - 1980. - №2. - С.241-245. 2. Думанский А.М., Таирова Л.П., Смердов А.А. Экспериментальное исследование деформативных и прочностных характеристик углепластика на плоских и трехслойных образцах. / Научные материалы Второй международной научно-практической конференции «Аэрокосмические технологии» - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2009. - с.245-246. 3. Лагас П.А. Нелинейный характер зависимости «напряжение-деформация» для слоистых графитоэпоксидных пластиков. // Аэрокосмическая техника. - 1985. - № 4. - с.102-111. 4. Petit P.H., Waddoups M.E. A method of predicting the nonlinear behavior of laminated composites. - J. Compos. Mat-s. V. 3. January 1969. - pp. 2-19. 5. Упитис З.Т., Удрис А.О. Деформирование углепластика с перекрестным армированием  $\pm 45^0$  при плоском напряженном состоянии. // Механика композитных материалов. - 1988. - № 5. - с.852-861. 6. Композиционные материалы. Справочник. Под ред. Васильева В.В., Тарнопольского Ю.М. - М.: Машиностроение, 1990 - 512 с.

**REGULARITIES OF NONLINEAR STRAINING OF CARBON  
FIBER-REINFORCED PLASTICS**

*Alimov M.A., Dumansky A.M., Radchenko A.A. (Institute of Machine Science  
of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia)*

**Abstract:** Shear stress-strain curves of monolayer were obtained on the basis of test results of cross-ply composites with various lay-up angles. The comparison of two methods for description of nonlinear properties of layer under shear was presented.

**Key words:** nonlinear straining, shear modulus, multilayered composite

**ЗАКОНОМІРНІСТЬ НЕЛІНІЙНОГО ДЕФОРМУВАННЯ  
ШАРОВИХ ВУГЛЕПЛАСТИКІВ**

*Алімов М.А., Думанській А.М., Радченко А.А., (ІМАШ РАН, Москва, Росія)*

**Анотація:** У статті на засадах результатів випробувань навхрест армованих вуглепластиків з різними кутами укладання отримана об'єктивна діаграма деформування моношара при зсуві. Запропоновано два розрахунково-експериментальних методи описання нелінійних властивостей шара при зсуві та проведено їх порівняння.

**Ключові слова:** нелінійне деформування, модуль зсуву, шарові вуглепластики.

Надійшла до редколегії 04.02.2011.