

THE NUMERICAL AND COMPUTER AIDED CONFRONTATION OF  
KINEMATIC ANALYSIS OF MECHANISM

Goban J., Monková K., Šmeringaiová A. (*Faculty of Manufacturing Technologies  
TUKE Košice with the seat in Prešov, Slovakia*)

**Abstract:** The article deals with numerical and computer aided confrontation of kinematic analysis of mechanism. The solution is presented on the Whitworth mechanism usually used as the base for shanking machine in technical practice. The article points to the possibilities of 3D models utilization at the determination of position, velocity and acceleration and describes the advantages and disadvantages both of presented approaches. This article originates with the direct support of Ministry of Education of Slovak republic by grant KEGA num. 270-014TUKE-4/2010.

**Key words:** mechanism, kinematic analysis, numerical solution, computer aided solution, position, speed, acceleration.

**1. Introduction.** The mechanisms become a portion of our life and we can find them not only in technical practice, but on every step of common life. They help us to do our work more easily and more comfortably. The mechanism is usually part of a machine where two or more pieces are combined, so that the motion of the first compels the motion of the others, according to a law depending on the nature of the combination. [5]

The operation of any machine depends upon two things:

1. the transmission of certain forces,
2. the production of determinate motions.

In designing, due consideration must be given to both of these, so that each part may be adapted to bear the stresses imposed on it, as well as have the proper motion relative to the other parts of the machine.

A structure that supports the moving parts and regulates the path motions, or kind of motion, is called the frame of a machine. In discussing the motions of the moving parts, it is convenient to refer them to the frame. The frame absorbs the forces or moments that originate at the transformation of motions. The components, which actuate mechanism, are drivers, the other components whose motion are caused are called follower.

The aim of the kinematic analysis is to investigate the motion of individual components of mechanism (or their choices points) in dependence on the motion of drivers. To investigate of the motion means to determine the dependency of the position, velocity and acceleration of the examined members and important points on the motion of driven members or on the time. A point moving in space describes a line called its path, which may be rectilinear or curvilinear. The motion of a body is determined by the paths of three of its points not on a straight line. If the motion is in a plane, two points suffice, and if rectilinear, one point suffices to determine the motion.

The kinematic analysis can be done by several manners such as:

- numerical solution,
- graphical solution,
- computer aided solution.

**2. Methods of kinematic analysis characterization.** There are several types of *numerical solution* that is usually concerned on the task of the position. Most often numerical method uses the trigonometric rules and mathematical definitions as are functions, differentiation, equations, etc. The advantages of this method are:

- minimal costs for its realization,
- the possibility to use the table applications for the value obtaining of mathematical functions.

The disadvantages are:

- the expression of mathematical equations is time consuming ,
- it demands the excellent mathematical knowledge of operator,
- this method doesn't solve the collisions of components.

*Graphical solution* is suitable only for the solving of planar mechanism and come out from the kinematic scheme of mechanism sketched in the selected scale with the scaled input parameters in vector form. The advantages of this method are:

- the minimal costs for its realization, similarly as it is at the numerical approach,
- the possibility to use the graphical software,
- relative quickly solution at the obtaining of output values for one concrete combination of defined input parameters.

The disadvantages are:

- for every changes of input value it is necessary to process new graphical solution
- inaccuracy,
- it doesn't solve the collisions of components.

*Computer aided solution* use the special software dedicated for it. Today there are very interactive and user friendly 3D software in the market, which can simulate not only the motion of the mechanism, but they can define the position, velocity, acceleration, forces, moments and other parameters in every moments of time in graph or vector version, for example. Inside computer application primarily it is necessary to create the 3D models of individual components of mechanism, secondary to join them by kinematic linkage which removes needed number of the degree of freedom.

The degree of approximation to the real situation is higher at the difficulty systems as at the simple software, what increases the demands for hardware. Therefore it is important to correctly choose the simulation tool so as it doesn't over-price the manufacturing, but so as the achieved results accordingly correspond to the specified conditions on the other hand. This approach expects not only the software control, but it involves the knowledge from the mechanics field, too. [3]

The advantages of this method are:

- the visualisation of mechanism motion in virtual environment with its details,
- fast data processing and fast output data acquirement for variable combination of input values,
- the possibility to use of output data for other applications,
- the material characteristics definition and so possibility to dynamic characteristics generation,
- the chance for direct transmission to dynamic analysis,
- the ability of components impact determination in virtual background.

The disadvantages are:

- expensive software and hardware equipment,
- the necessity of electric power,
- the necessity for operator to know working with equipment (software, hardware).

The comparison of the numerical and computer aided solution was realized on the Whitworth mechanism that is usually used as the base for shanking machine in technical practice.

**3. Numerical solution.** The kinematic scheme was prepared on the basis of real Whitworth mechanism and it is shown in the Fig. 1. The individual components of mechanism are numbered due to the numerical solution limpidity. The frame has number 1, the driver is the crank with number 2 that rotates angular speed  $\omega_{21}$ .

The goal is to define the motion of the component 6 which all points describe line path. On the end of the bar 6 can be located the tool for the machining. Input parameters can be changed in needed scale, of course it influences the output values which have to be changed according to scale, too. Input angular speed can be uniform or variable, and then it rotates by angular acceleration. For this concrete case was choices uniform angular speed of the body 2, its value is  $\omega_{21} = 5 \text{ rad.s}^{-1}$ .

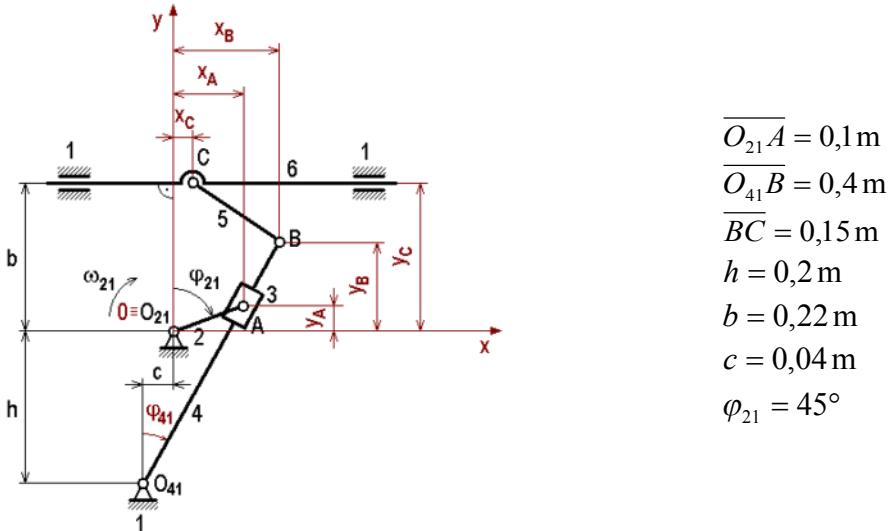


Fig. 1. Kinematic scheme of mechanism

The coordinate system of mechanism was for numerical solution located into the point O<sub>21</sub>, position of the important points is described by x a y coordinates.

The dependency of these coordinates on the angle  $\varphi_{21(t)}$  is defined by trigonometric method. For point B holds

$$x_B = r_2 \sin \varphi_{41} - c = r_2 \sin \left( \arctg \frac{c + r_1 \sin \varphi_{21}}{h + r_1 \cos \varphi_{21}} \right) - c, \quad (1)$$

$$y_B = r_2 \cos \varphi_{41} - h = r_2 \cos \left( \arctg \frac{c + r_1 \sin \varphi_{21}}{h + r_1 \cos \varphi_{21}} \right) - h, \quad (2)$$

Position of point C that belongs to the body 6 is defined as follows

$$x_C = r_2 \cdot \sin \left( \arctg \frac{c + r_1 \sin \varphi_{21}}{h + r_1 \cos \varphi_{21}} \right) - c - \sqrt{r_3^2 - \left[ b - r_2 \cos \left( \arctg \frac{c + r_1 \sin \varphi_{21}}{h + r_1 \cos \varphi_{21}} \right) + h \right]^2}. \quad (3)$$

Angle position of the crank 2 is determined by angle  $\varphi_{21}$  that changed with time. The values for the comparison of both types of solution, numerical and computer aided, was done for concrete position of crank 2 at  $\varphi_{21} = 45^\circ$ .

Velocity of the point C is simultaneously the velocity of the whole body 6 and it can be expressed by relation:

$$v_C = \dot{x}_C = \frac{dx_C}{dt}$$

Whereas the position  $x_C$  is composite function, the determination of velocity  $v_C$  is difficult and it requires the mathematical skills of investigator. The final equation for  $v_C$  in regard to the frame is:

$$v_C = \omega_{21} \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot \left[ \frac{\frac{r_1 + h \cos \varphi_{21} + c \sin \varphi_{21}}{(h + r_1 \cos \varphi_{21})^2}}{1 + \left( \frac{c + r_1 \sin \varphi_{21}}{h + r_1 \cos \varphi_{21}} \right)^2} \right] \cdot \left\{ \cos \left( \arctg \frac{c + r_1 \sin \varphi_{21}}{h + r_1 \cos \varphi_{21}} \right) + \sin \left( \arctg \frac{c + r_1 \sin \varphi_{21}}{h + r_1 \cos \varphi_{21}} \right) \cdot \frac{b - r_2 \cos(\arctg K) + h}{\sqrt{r_3^2 - [b - r_2 \cos(\arctg K) + h]^2}} \right\} \quad (4)$$

The acceleration of point C is given by relation:

$$a_C = \dot{v}_C = \frac{dv_C}{dt}$$

The final equation for  $a_C$  in regard to the frame is:

$$a_C = \frac{r_1 r_2 \omega_{21}^2}{1 + K^2} \cdot \left[ \left\{ \frac{(c \cos \varphi_{21} - h \sin \varphi_{21}) \cdot (h + r_1 \cos \varphi_{21}) + 2r_1 \cdot \sin \varphi_{21} \cdot (r_1 + h \cos \varphi_{21} + c \sin \varphi_{21})}{(h + r_1 \cos \varphi_{21})^3} - \frac{2K \cdot M^2 \cdot r_1}{1 + K^2} \right\} \cdot \left\{ \cos(\arctg K) + \sin(\arctg K) \cdot \frac{L}{\sqrt{r_3^2 - L^2}} \right\} + r_1 \cdot \frac{M^2}{1 + K^2} \cdot \left\{ -\sin(\arctg K) + \cos(\arctg K) \cdot \frac{L}{\sqrt{r_3^2 - L^2}} + r_2 \cdot r_3^2 \cdot \sin^2(\arctg K) \cdot \frac{I}{(\sqrt{r_3^2 - L^2})^3} \right\} \right] \quad (5)$$

$$\text{where } K = \frac{c + r_1 \sin \varphi_{21}}{h + r_1 \cos \varphi_{21}}; \quad L = b - r_2 \cos(\arctg K) + h; \quad M = \frac{r_1 + h \cos \varphi_{21} + c \sin \varphi_{21}}{(h + r_1 \cos \varphi_{21})^2}$$

After institution of concrete value  $45^\circ$  to  $\varphi_{21}$  into the equations (3), (4) and (5), we get

$$x_C = -0,0309 \text{ m}; \quad v_C = 0,6676 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; \quad a_C = -0,1175 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

#### 4. Computer aided solution.

The virtual model of Whitworth mechanism showed on the Fig.2 was created in software Inventor on the basis of kinematic scheme (Fig.1).

The simulation tools of Inventor belong in the software, which are suitable for the analysis and the control rationalization of complicated processes. It provides engineers within the product development process to perform the kinematic motion simulation and behavioural insight into the assembly through the easy definition and animation of connections, such as pin joints, ball joints, sliders and other. These connections, and resulting assembly constraints, facilitate the easy assembly of closed loop systems. They can be used compatibly and in combination with packaging and traditional like mate, align insert, offset and so on.

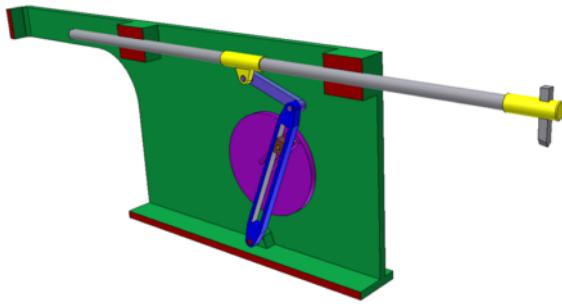


Fig. 2. Virtual model of mechanism

design tool enabling engineers to create industry-best mechanism designs by clearly building and communicating “design intent” into mechanism assemblies and subassemblies in this software. [1]

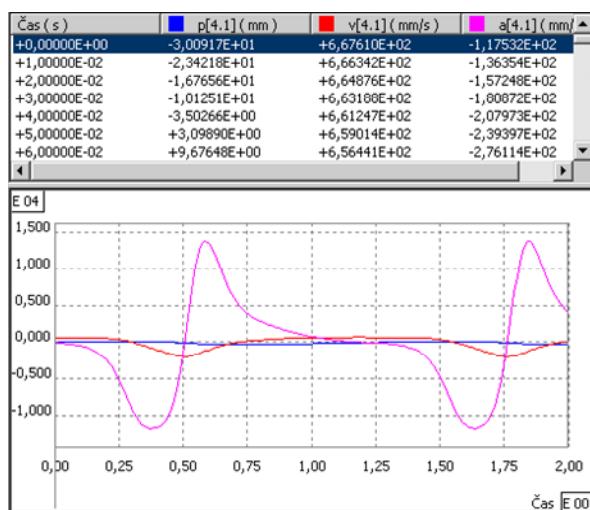


Fig. 3. Output data of kinematic analysis

method. In both cases he has to know the basic principles of mechanics. [2]

Table 1. Obtained kinematic values

Kinematic analysis – point C <i>Values for <math>\varphi_{21}=45^\circ</math></i>		Methods	
		Numerical	Computer aided
<b>Speed</b>	$v_C$ [m.s <sup>-1</sup> ]	0,6676	0,6676
<b>Acceleration</b>	$a_C$ [m.s <sup>-2</sup> ]	-0,1175	-0,1175

By means of virtual model it is possible to reduce this time considerably. The simulation model allows to realize the complicated processes through the use of computer in a while, which take weeks, months, or years in real time, and it represents the ideal tool for the aid and the deciding on the various levels of the manufacturing. This model allows identifying of the problematical points of the project, to determine the main risks of work, etc., too. [4]

Even though the virtual simulation of mechanism has fixed place in engineering practice, it seldom satisfy to real conditions due to outside and inside influences, which can be

Once assembled, engineers can observe how their mechanism designs will behave geometrically through interactive part dragging and user-defined motion simulations. Any point on a mechanism assembly can be dragged interactively by the user to animate the mechanism. Predefined motion simulations, using drivers to simulate motors or actuators, also provide animation. There is a powerful

After the modelling mechanism, joints and input parameter definition, it was possible to provide the kinematic analysis. Output data could be designed direct in software Inventor as values or as graphs (Fig.3) or it can be send to other software for the next processing.

**Conclusion.** The values obtained by both approaches to kinematic analysis are presented in Tab.1. It can be said that the results are the same and so the final decision which of methods to select for the solution depends only on investigator and his possibilities. If he/she is good in math, he makes the numerical choice; if he disposes of hardware and software for kinematic analysis, he can use the second

predicted and defined very difficult. Therefore it is necessary to deliberate influences and results multiply by surety factor. In various phases of real prototype suggestion are used 3D models created on different stages of precision and approximation so to be whole process effective.

On the other hand simulation is not “panacea” for all problems. There are problems, when it is better to apply other, cheaper tool of problem solution, when the simulation appears as few effective. Even though the additions of 3D models using within the simulation several times exceeds the costs for simulation project. That is why the simulation can be considered one of most effective tool for decision and solution testing.

**References:** 1. Radvanska A.: *Accident losses elimination by means of safety pyramid analysis*, In: Annals of faculty engineering Hunedoara – international journal of engineering, ISSN 1584-2665, Vol.8, no. 1 (2010), p. 73-76. 2. Olejar, M.: *Kinematic analysis of wing mechanism in software Inventor*, Diploma thesis, FMT TUKE Prešov, 2010. 3. Misík L., Monkova K., Hloch K.: *Factors analysis affecting the roughness at side milling*, 2009. In: The Open Industrial and Manufacturing Engineering Journal, ISSN 1874-1525, Vol. 2 (2009), p. 10-13. 4. Hreha P. et al.: *Impact of abrasive mass flow rate when penetrating a material on its vibration*, In: Technical Gazette 17, 4 (2010) , p. 475-480, ISSN 1330-365, UDC/UDK 534.13.08:621.7.044.4. 5. Panda A.: *Hydraulic and pneumatic mechanisms in automation*, Prešov, FMT TUKE Prešov, 2010, ISBN 9788055303789.

Надійшла до редколегії 24.12.2010

**УДК 621.81(9)**

## **РАЗМЕРНЫЕ ЦЕПИ В МНОГОСТУПЕНЧАТЫХ ПАКЕТНЫХ РЕДУКТОРАХ**

**Абдуллаев А.И., Расулов Г.Н. (АзТУ, Баку. Азербайджан)**

Тел./факс (99412) 4383280; E-mail: abd\_ayaz@aztu.edu.az

**Аннотация:** В статье приводятся классификация размерных цепей, формирующихся в пакетных редукторах и схемы размерных цепей некоторых выходных параметров зубчатых зацеплений, раскрываются механизмы формирования замыкающих звеньев, проводится анализ влияния шпоночного соединения на точность последних.

**Ключевые слова:** редуктор, размер, цеп, колесо, вал, зацепление.

Эффективное обеспечение своих назначений механических средств во многом зависят от определения размерных связей между их функциональными элементами, согласно требований эксплуатационных условий, отраженных на чертеже; обеспечение последнего в процессе производства и сохранение их на определенном уровне при их эксплуатации. В том числе, уровень выполнения своих назначений редукторов а также сохранения их эксплуатационных показателей, в значительной степени зависят от расположения размерных связей их конструктивных элементов.

На кафедре «Детали машин и ПТМ» Азербайджанского Технического Университета разработаны, изготовлены и испытаны однопоточные, двухпоточные трех и пятиступенчатые зубчатые редукторы с передаточным отношение  $U_{\Sigma} = 4^3 \dots 5^3$ .

Зубчатые колеса, а также блоки шестерен установлены на ведущем и ведомом валах в форме пакета. Поэтому эти редукторы условно названы «пакетным редуктором». Это название принято на двух международных конференциях. Новые поколения пакетных

редукторов рекомендовано для внедрения в различных отраслях промышленности [1]. Поэтому, выявление размерных цепей, формируемых в пакетных редукторах, исследование их с функциональной точки зрения, определение размеров и допусков их конструктивных элементов в рамке требований эксплуатационных условий является актуальной задачей.

Целью настоящей работы является выявление, функциональный анализ и исследование некоторых особенностей размерных цепей, формируемых в пакетных редукторах.

Для простоты, исследование размерных цепей проводится на примере трехступенчатых пакетных редукторов.

**Размерные цепи (РЦ) в пакетных редукторах.** Согласно назначению, размерные связи в пакетных редукторах можно разделить на три группы: основные, вспомогательные и свободные размерные связи. Соответственно, в редукторах формируются три вида размерных цепей: функциональные (основные), вспомогательные и свободные РЦ (рис. 1).

Замкнутый контур взаимосвязанных размеров, формирующих параметр (замыкающего звена), впрямую связанного с назначением зубчатой передачи назван функциональной (основной) размерной цепью. Подобные РЦ формируют выходные параметры зубчатого зацепления. Выходной параметр является замыкающим звеном размерной цепи. Сюда относятся параметры кинематической точности, плавности работы, бокового зазора и полноты контакта зубьев. Например, отклонение межосевого расстояния; отклонения шага зацепления, изменение межосевого расстояния, измеренного в одном обороте и т.п.

Замкнутый контур взаимосвязанных размеров, формирующие параметра, связанные не впрямую с назначением зубчатой передачи, но служащего для его формирования является вспомогательной размерной цепью. Например, связанные с установкой редуктора РЦ соосностей осей входной и выходной и с ними соединенных валов; РЦ в подшипниковых узлах, связанные с осевыми положениями валов и т.п. Они определяют положение колес и валов на рабочих позициях, но существенно не влияют на величину выходного параметра редуктора.

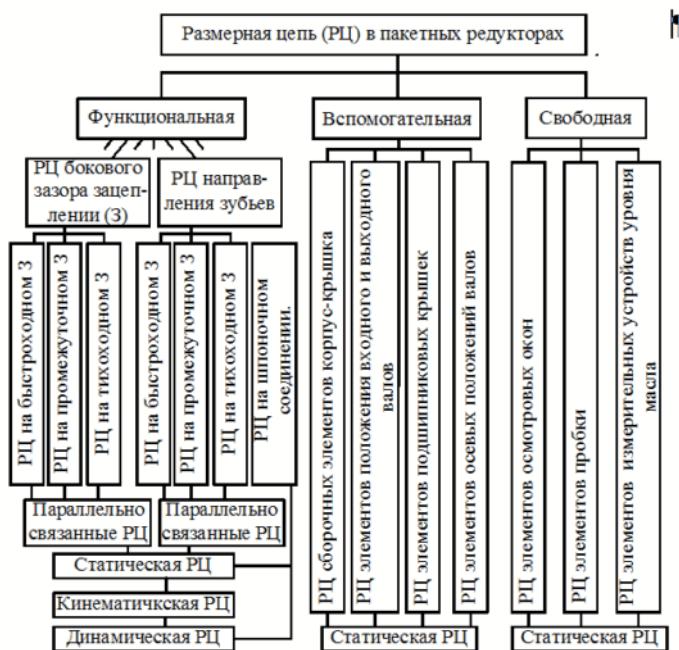


Рис. 1. Схема размерных цепей в пакетных редукторах

Замыкающий контур взаимосвязанных размеров, формирующие параметра, не имеющего прямую связь с функциональными размерными связями зубчатых зацеплений и не влияющие на них названы свободными размерными цепями. Например, РЦ, формируемые в осмотровом окне, в устройстве измерения уровня масла и т.п. и связанные с ними РЦ.

Согласно механизму формирования в редукторах, как правило, образуются статические, кинематические и динамические РЦ [2].

Статические размерные цепи формируются в процессе сборки и характеризуют размерные связи элементов редуктора в статическом его состоянии. Процесс сборки формирует единое значение ее замыкающего звена. Величина замыкающего звена статической РЦ остается неизменной и в кинематическом и в динамическом состоянии конструкции. На базе статической РЦ формируется кинематическая и динамическая размерные цепи. Вспомогательные и свободные РЦ пакетных редукторов есть чисто статические РЦ, т.е они не служат базой какого-либо кинематической и динамической РЦ.

Кинематические размерные цепи формируются при кинематическом состоянии конструктивных элементов передачи, их (некоторые) звенья, в том числе и замыкающие получают разные, а также свои максимальные и минимальные значения при одном цикле зацепления. Кинематические РЦ включают в себя, в основном функциональные РЦ. Они определяют параметры норм кинематической точности, плавности работы, полноты контакта зубьев и бокового зазора.

Динамические размерные цепи формируются в кинематическом состоянии, при силовом режиме воздействия, конструктивных элементов зацепления. При этом РЦ включают, помимо статических размеров звеньев, еще и их деформации (упругие, тепловые и т.п.) под воздействием различных видов энергии (силовой, тепловой и т.п.). В действительности, даже при работе ненагруженного редуктора его элементы подвергаются силовым воздействиям, однако их значение незначительны. В каждый момент зацепления звенья РЦ, в том числе и замыкающая имеют различные величины. Диапазон изменения размеров звеньев формируются с предельными значениями параметров звеньев кинематической РЦ и рабочего органа (например, конвейера и т.п.) привода обслуживание которого осуществляется редуктором.

В пакетном редукторе все зубчатые передачи обладают единым межосевым расстоянием и поэтому большинство РЦ являются параллельно связанными.

**Функциональная - радиальная размерная цепь.** Функциональные РЦ в цилиндрических зубчатых редукторах, образующихся на плоскости проходящей от осей валов имеют особые значения. Плоские, в том числе и угловые РЦ имеют большие значения с точки зрения и производства и эксплуатации редуктора. Замыкающим звеном принято радиальный зазор в зацеплении. Здесь рассматриваются два вида подобных размерных цепей:

- РЦ в зацеплении шестерня (колесо), жестко соединенная с валом – колесо, свободно установленное (вращающийся) на шейке вала (рис. 2, зацепления между 1 и 2; 5 и 6);

-РЦ в зацеплении шестерня - колесо, свободно установленные (вращающийся) на шейках валов (рис. 2, зацепление между 3 и 4);

Функциональные плоские радиальные РЦ на плоскости, проходящий через оси валов:

$$(r_1, \delta_{11}, S_{11}, A, r_2, \delta_{21}, S_{21}, \delta_{22}, S_{22}, [\Delta]) \quad (1)$$

$$(S_{32}, \delta_{32}, S_{31}, \delta_{31}, r_3, A, r_4, \delta_{41}, S_{41}, \delta_{42}, S_{42}, [\delta]), \quad (2)$$

где  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  и  $r_4$  - радиусы шеек соответствующих валов;

- $\delta_{11}$  - зазор между сопрягаемыми поверхностями шестерни 1 и вала (рис. 2);
- $\delta_{21}$ ,  $\delta_{31}$  и  $\delta_{41}$  зазоры между сопрягаемыми поверхностями соответствующих втулок - подшипника и вала;
- $S_{11}, S_{22}, S_{32}$  и  $S_{42}$  - толщины корпусов соответствующих колес в перпендикулярном к оси направлении;
- $S_{21}, S_{31}$  и  $S_{41}$  зазоры между сопрягаемыми поверхностями соответствующих втулок и колес;
- $[\Delta]$  и  $[\delta]$  – радиальные зазоры в зацеплении-замыкающие звенья размерной цепи;
- $A$  – межосевое расстояние.

Независимо от количества ступней (3 или 5) пакетные редукторы имеют всего два вала и межосевые расстояния всех передач равны. Однако пока не разработана методика расчета размерных и точностных связей и не нормализованы параметры конструктивных элементов пакетного редуктора.

Номинальный размер замыкающего звена в зубчатой передаче со шпоночным соединением:

$$\Delta = \bar{A} + \bar{r}_1 + \bar{\delta}_{11} + \bar{S}_{11} + \bar{r}_2 + \bar{\delta}_{21} + \bar{S}_{21} + \bar{\delta}_{22} + \bar{S}_{22}, \quad (3)$$

в зубчатой передаче без шпоночного соединения:

$$\Delta = \bar{A} + \bar{r}_3 + \bar{\delta}_{31} + \bar{S}_{31} + \bar{\delta}_{32} + \bar{S}_{32} + \bar{r}_4 + \bar{\delta}_{41} + \bar{S}_{41} + \bar{\delta}_{42} + \bar{S}_{42}. \quad (4)$$

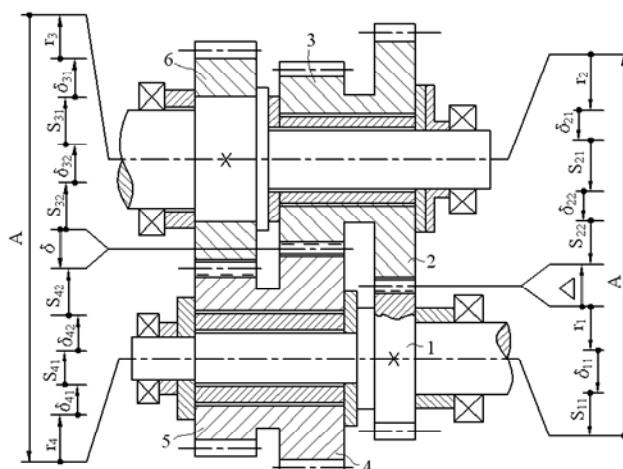


Рис. 2. Схема некоторых размерных цепей трехступенчатого пакетного редуктора

РЦ (2 и 4) сложнее чем (1 и 3). Однако, на формирование его замыкающего звена в отличии от (1), не влияет угловой РЦ шпоночного соединения.

**Угловой размерный цепь в шпоночном соединении.** Одним из особенностей пакетных редукторов является то, что шпоночное соединение использовано для установления жесткой связи зубчатых колес с ведущим и ведомом валами «колесо-вал» (рис. 2). Промежуточные колеса свободно вращаются на валах. При этом элементы шпоночных соединений являются функциональными элементами зубчатых передач.

Очевидно, что отклонения элементов шпоночного соединения от параллельности оси вала обуславливают погрешности направления зацепляющихся зубьев зубчатых колес. В результате, контактные поверхности зацепляющихся зубьев

изменяют свою позицию и вдоль и по профилю зубьев в одном обороте вала. При этом, позиция пятна контакта на рабочей поверхности зуба зависит еще и от количества одновременно зацепляющихся зубьев.

При наличии зазора между сопрягаемыми поверхностями вал-колесо, из-за непараллельности элементов шпоночного соединения на оси вала, ось колеса в определенной степени проворачивается относительно оси вала. В результате, из-за погрешностей в параллельности элементов шпоночного соединения на оси вала образовываются эквива-лентно им погрешности направления зацепляющихся зубьев. При этом контакт зубьев происходит не по всей длине зубьев, а ограниченно, только на одном из его концов.

Если длина контакта сопрягающихся поверхностей вал-колесо равно -  $l$ , а радиальный зазор между ними -  $\delta$ , то относительный поворот осей равен -  $\beta$  :

$$\beta = \operatorname{arctg} \frac{\delta}{t}.$$

При посадке колеса на вал с минимальным зазором, близким к нулю, обычно непараллельность элементов шпоночного соединения порождает осложнение в процессе свободной сборки.

На рис. 3 показаны схемы двух позиций шпоночного соединения и зубчатого зацепления. Согласно особенностям их изготовления, непараллельность элементов шпоночного соединения на оси вала формируется, в основном по направлениям осей X и Y. При этом на шпоночном соединении предусмотрен гарантированный зазор в направлении оси Y. Поэтому угловые погрешности, образованные в этом направлении не влияют на характер зацепления зубчатых колес. Однако, отклонения от параллельности элементов соединения на горизонтальной поверхности Q в направлении оси X обуславливают поворот оси колеса на некоторый угол  $\alpha_0$  (рис. 3.а). Соответственно, в позиции зацепления зубчатых колес зуб получает положение 2 – 2 взамен 1 – 1. Образовывается погрешность, эквивалентная погрешности направления зубьев.

Аналогичная картина создается при повороте вала на  $90^0$ , на вертикальной плоскости P (рис. 3.в). Таким образом, упомянутый угол (значить ось колеса) в процессе вращения вокруг оси вала в период одного оборота описывает конус. Профильная линия зуба 1 – 1 по делительной окружности также, описывая конус, получает положение 2 – 2 и т.п.

На рис. 4. показаны схемы угловых размерных цепей формирующихся только угловыми погрешностями элементов одного и двух шпоночных соединений вал-шестерня. Их замыкающими звеньями являются, соответственно:

- отклонение от параллельности направления зацепляющего зуба зубчатого колеса по отношению оси вала -  $\alpha_0$  (рис. 4,а),

- угол между направлениями зацепляющихся зубьев зубчатых колес (рис. 4,б).

В зубчатых передачах пакетного редуктора использованы шпоночные соединения только в скоростных и в тихоходных передачах. При этом, замыкающее звено (рис. 4,а):

$$\alpha_0 = \vec{\alpha}_1 + \vec{\alpha}_2 + \vec{\alpha}_3 = \sum_{i=1}^3 \vec{\alpha}_i. \quad (5)$$

Зубчатые передачи традиционных редукторов все зубчатые колеса соединяются с валами с помощью шпоночных соединений. При этом замыкающее звено (рис. 4,б):

$$\alpha_0^1 = \vec{\alpha}_1 + \vec{\alpha}_2 + \vec{\alpha}_3 + \vec{\alpha}_4 + \vec{\alpha}_5 + \vec{\alpha}_6 + \vec{\alpha}_7 = \sum_{i=1}^7 \vec{\alpha}_i. \quad (6)$$

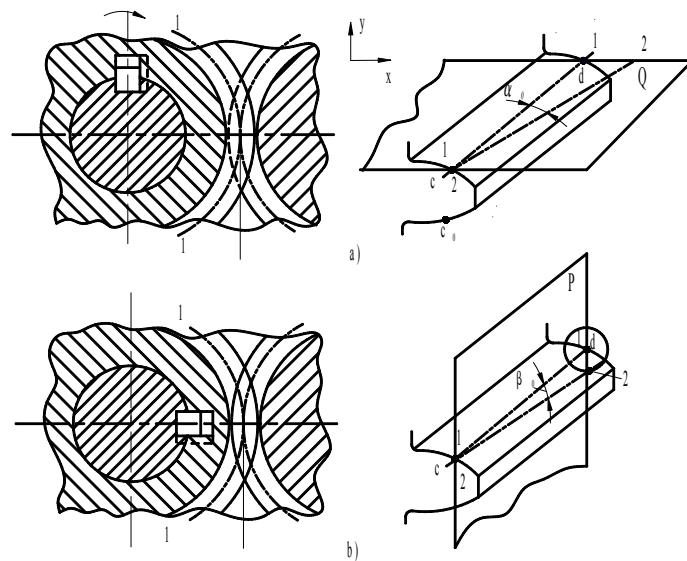


Рис. 3. Расчетные схемы шпоночного соединения, зубчатого зацепления и их зубьев

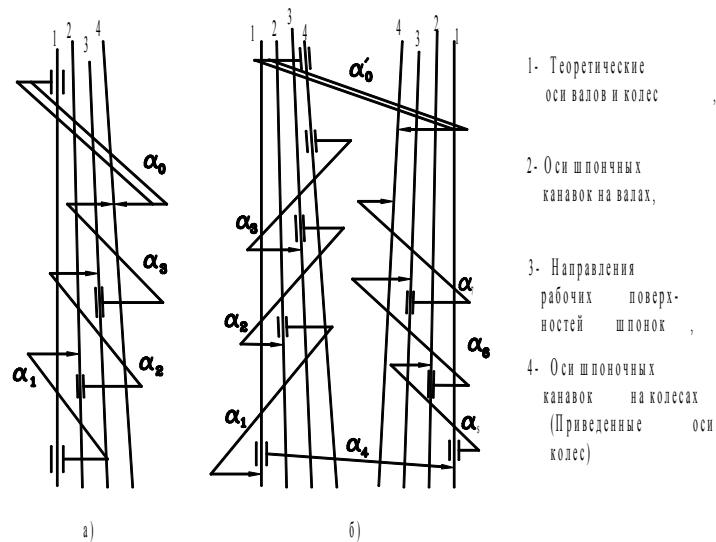


Рис. 4. Размерная цепь угловых отклонений элементов шпоночных соединений

где  $\alpha_1$  и  $\alpha_5$  - углы отклонения от параллельности осей шпоночных канавок на оси валов;  
 $\alpha_2$  и  $\alpha_6$  - углы отклонения от параллельности рабочих поверхностей шпонок на оси шпоночных канавок валов;  
 $\alpha_3$  и  $\alpha_7$  - углы отклонения от параллельности осей шпоночных канавок шестерн и зубчатых колес на их собственной оси;  
 $\alpha_4$  - угол отклонения от параллельности осей валов.

Произведен анализ влияния погрешностей шпоночного соединения на качества зацепления зубчатых колес. Поэтому, принимается  $\alpha_4 = 0$ .

Сравнение выражений (5) и (6) показывает, что погрешности направления зубьев из-за угловых погрешностей элементов шпоночного соединения на пакетных

редукторах в два раза меньше, чем на традиционных. На промежуточных передачах подобные погрешности вовсе не существует.

Оценка эффективности пакетных редукторов базируется на следующих соображениях:

Традиционные трехступенчатые редукторы включают в себя следующие дополнительные конструктивные элементы: два вала; четыре подшипник качения; их крышки с элементами соединения в корпус и крышку; четыре шпоночные соединения. Все это сопровождается дополнительными технологическими процессами их изготовления. При этом увеличивается габаритные размеры, и значит материоемкость корпуса и крышки.

Взамен всего перечисленного в пакетных редукторах каждая пара промежуточных передач, требуют две втулки-подшипники скольжения и втулки, обеспечивающие ограничения осевого смещения зубчатых колес. При этом точность шеек валов и посадочных отверстий колес увеличивается на 1-2 квалитета. Длины корпуса и крышки почти не изменяются. Следует заметить, что материоемкость пакетного редуктора увеличивается относительно немного, за счет увеличения его ширины.

Таким образом, в работе: - классифицируется РЦ на пакетных редукторах, представляется определения функциональных, вспомогательных, свободных, статических, кинематических и динамических размерных цепей;

-описывается механизм влияния отклонения от параллельности элементов шпоночного соединение по отношению оси вала на контакт зацепляющихся зубьев.

Основные выводы: 1. Выявлены и составлены схемы некоторых размерных цепей применительно к пакетным редукторам,

2. При осуществлении связи зубчатых колес с валами посредством шпоночного соединения, повышается влияние погрешностей сборки на качество зацепления, что осложняет механизм формирования замыкающих звеньев функциональных размерных цепей.

3. Одной из важных преимуществ пакетных редукторов является использование всего двух шпоночных соединений быстроходном и тихоходном передачах. Отсутствие шпоночного соединение на остальных передачах исключает отрицательное влияние их угловых погрешностей сборки на качественные показатели редуктора.

**Список литературы:** 1. Абдуллаев А.И., Наджафов А.Н. Качественная оценка технического уровня пакетного редуктора, Москва, Вестник машиностроения, 2008, №2. с. 6-9. 2. Расулов Н.М. Анализ технологических размерных цепей (на азерб. языке). Баку. Элм, 2005, 223 с. 3. Солонин И.С., Солонин С.И. Расчет сборочных и технологических размерных цепей. М.; Машиностроение. 1980, 110 с. 4. Абдуллаев А.И., Расулов Г.Н. Раз-мерные цепи на пакетных редукторах. Баку. Механика-машиностроение, 2010, N: 2. с. 5-8.

#### **DIMENSIONAL CHAINS IN THE MULTISTAGE PACKAGE REDUCERS**

*Abdullaev A.I., Rasulov G.N. (AzTU, Baku. Azerbaijan)*

**ABSTRACT:** This article describes the classification of dimensional chains, formed in package (batch gears-speed) reducer and circuits dimensional chains of some output parameters of trans, reveals the mechanisms of formation closing links and driving analysis of influence key joints to exactness to latest.

**Key words:** speed-reducer, dimension, chain, pinion, shaft, tooth system.

Надішла до редколегії 02.12.2010.