УДК 62-503.5

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ КВАНТОВАНИЯ НА ПЕРЕМЕННЫЕ И ТОЧНОСТЬ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Павлинова Д. *(Университет св. Кирилла и Мефодия, г.Трнава, Словакия)*

Each digital regulator is the source of the additional disturbances, whose value is determined by structure and algorithm of the calculation of control action. In the article the influence of the forms of the realization of regulator on additional quantization noises is examined.

Помимо выбора соответствующих алгоритмов управления и способа организации цифрового сигнала обратной связи для обеспечения высокого качества управления с помощью цифровых устройств необходимо рассматривать влияние квантования сигналов по уровню на переменные, точность регулирования и на работу цифровых регуляторов. Наиболее часто используется параметрический регулятор второго порядка с передаточной функцией

$$D_p(z) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}} \qquad (1)$$

Параллельная форма такого регулятора

$$D_p(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}} K_i + K_p + K_d (1 - z^{-1}) \qquad (2)$$

соответствует непрерывному ПИД регулятору

$$W_p(s) = K_p (1/T_i s + 1 + T_d s) \qquad (3)$$

Возможные различные формы алгоритмической реализации дискретного ПИД регулятора (табл.1.), отличающиеся коэффициентами и возможностью выполнения части операций в предыдущем такте. Так регулятор $D_p^1(z)$ требует выполнения всех операций в текущем такте, а регулятор $D_p^4(z)$ только одну операцию умножения и одну операцию сложения, что позволяет значительно снизить запаздывание на время вычислений в регуляторе. Коэффициенты регуляторов в табл.1. для возможности сравнения записаны через коэффициенты выражения (1) дискретного аналога ПИД регулятора.

Так как период дискретизации T всегда меньше постоянных времени непрерывного регулятора T_i и T_d, то коэффициенты дискретного регулятора $K_i = K_p T / T_i$, $K_d = K_p T_d / T$ и $K_p = K_p$ связаны соотношением $K_i < K_p < K_d$. Полученное соотношение показывает, что при наличии ограничения разрядной сетки, наиболее сложной является реализация интегральной части закона регулирования, особенно при прямой форме реализации ПИД регулятора - $D_p^5(z)$.

Независимо от способа реализации в цифровом ПИД регуляторе требуется выполнение трех операций умножения. При представлении чисел в формате с фиксированной запятой, выбираемом из требований уменьшения времени вычислений, результатом каждой операции умножения на дробную часть множителя является появление дробной части результата, которая выходит за пределы разрядной сетки. Это приводит к необходимости округления или усечения результата до нужного числа разрядов.

Зависимость выходного сигнала операции умножения на дробную часть множителя с усечением результата представлена ступенчатыми кривыми на рис.1.

Таблица 1. Формы реализации цифрового ПИД регулятора

№	Передаточная функция	Число операций в текущем такте	
		умножения	сложения
1	$D_p^1(z) = \frac{K_i}{1-z^{-1}} + K_p + K_d(1-z^{-1})$	3	4
2	$D_p^2(z) = \frac{K_i}{1-z^{-1}} + (K_p + K_d) - K_d z^{-1}$	2	3
3	$D_p^3(z) = K_i \frac{z^{-1}}{1-z^{-1}} + (K_p + K_d) + K_d(1-z^{-1})$	2	3
4	$D_p^4(z) = K_i \frac{z^{-1}}{1-z^{-1}} + (K_i + K_p + K_d) - K_d z^{-1}$	1	1
5	$D_p^5(z) = \frac{(K_i + K_p + K_d) - (K_p + 2K_d)z^{-1} + K_d z^{-1}}{1-z^{-1}}$	1	2

Из анализа зависимостей видно, что при коэффициенте умножения, соответствующем целочисленному делению, общая характеристика квантования по уровню имеет простой вид и эквивалентна увеличению цены дискреты входного преобразователя в целое число раз. Промежуточные коэффициенты умножения реализуются чередованием ближайших простых характеристик.

Следует заметить, что ступенчатые характеристики, представленные на рис.1., соответствуют последовательному выполнению квантования по уровню во входном преобразователе и операции усечения результата умножения, если они не разделены динамическими звеньями. В случае разделения входного преобразователя и операции умножения каким-либо динамическим звеном указанные характеристики имеют значения только в выделенных на рисунках точках.

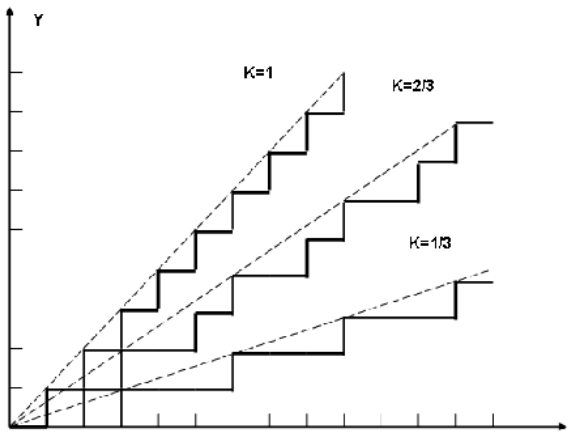

Рис.1. Статическая характеристика умножения с усечением дробной части

Зависимость выходного сигнала операции умножения на дробную часть множителя с округлением результата отличается только смещением характеристик (рис.2.).

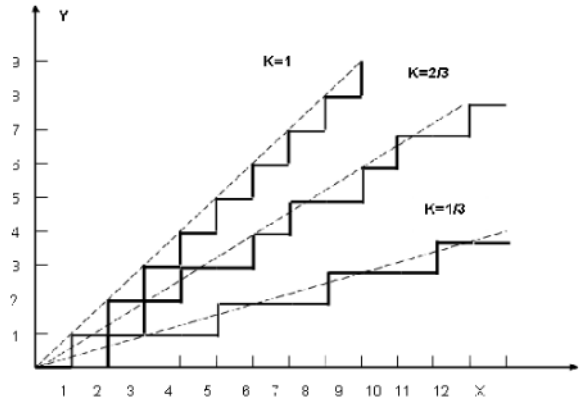

Рис.2. Статическая характеристика умножения с округлением дробной части

Анализ динамических процессов, протекающих в дискретных системах автоматического управления с нелинейными звеньями, является сложной задачей. Имеющиеся точные методы позволяют получать только частные решения, что затрудняет выполнение сравнительного анализа различных структур реализации цифровых регуляторов. Поэтому при анализе структур цифрового ПИД регулятора воспользуемся приближенным методом гармонического баланса и соответствующим ему методом статистической линеаризации.

Характеристики квантования сигналов по уровню являются нелинейными при малых значениях сигналов[1], что может вызывать разнообразные периодические режимы, и практически линейными при больших сигналах, когда квантование по уровню можно учесть дополнительными шумами. При анализе дополнительных шумов, вносимых квантованием по уровню при больших сигналах, представляют характеристику квантования в виде параллельного соединения звеньев с линейной и пилообразной характеристикой. Используем аналогичный подход для анализа умножения на дробную часть коэффициента. При этом рассмотрим две схемы замещения последовательного соединения входного элемента квантования по уровню и операции умножения на дробную часть коэффициента (рис.3.). Очевидно, что величина постоянного смещения x_{cm} и x'_{cm} будут зависеть от постоянной составляющей входного сигнала и от округления или усечения результата умножения. Вместе с тем это смещение не оказывает влияния на дисперсию дополнительного шума и в дальнейшем рассматриваться не будут.

Известно, что при достаточно большой дисперсии сигнала на входе элемента квантования по уровню можно полагать его закон распределения соответствующим равномерному распределению в пределах одного периода изменения характеристики звена, описывающего отклонение от линейного закона[2]. Следует заметить, что при коэффициентах умножения стремящихся к нулю и единице, принятое ранее предположение о равномерности распределения входного сигнала в пределах периода повторения характеристики отклонения от линейного закона будет нарушаться. Также будет нарушаться и предположение об отсутствии взаимосвязи между входным сигналом и сигналом ошибки.

Для анализа дополнительных шумов квантования и умножения рассмотрим порядок вычислений, соответствующих различным формам реализации цифрового ПИД регулятора из таблицы 1. Очевидно, что порядок выполнения операции умножения и интегрирования или вычисления первой разности могут оказать

значительное влияние на прохождение шумов умножения. Так как операция цифрового интегрирования всегда увеличивает, а вычисление первой разности уменьшает спектральную плотность шумов в зоне существенных частот, то рассматриваются варианты, когда умножение выполняется после цифрового интегрирования и перед вычислением первой разности.

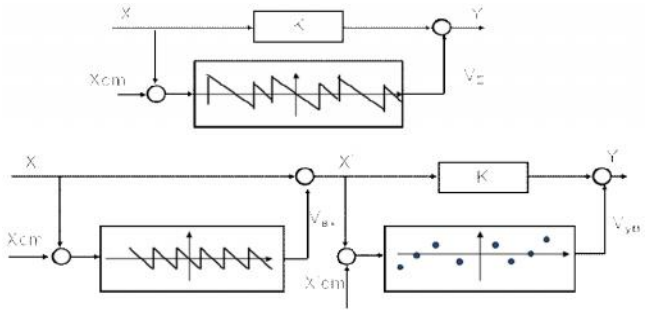

Рис.3. Схемы замещения соединения входного элемента квантования

Из представленных вариантов видно, что шумы квантования регуляторов $D_p^1(z)$ и $D_p^3(z)$ имеют наименьшую величину. Спектральная плотность суммарного шума, приведенного ко входу этих регуляторов, описывается выражением

$$\sigma_{\Sigma}^{/}(z) = \sigma_{вх}^2 + \frac{\sigma_{\text{i}}^2 + \sigma_{\text{p}}^2 + \sigma_{\text{d}}^2(1-z^{-1})(1-z)}{D_p(z^{-1})D_p(z)} \tag{4}$$

где $\sigma_{вх}^2 = 1/12$ - дисперсия шума квантования во входном преобразователе, σ_{i}^2, σ_{p}^2, σ_{d}^2 - дисперсии шумов умножения, соответственно, после операции интегрирования, при вычислении пропорциональной составляющей и перед определением первой разности.

Для регуляторов $D_p^2(z)$, $D_p^4(z)$, $D_p^5(z)$, а также в случае выполнения умножения после вычисления первой разности в регуляторах $D_p^1(z)$ и $D_p^3(z)$ спектральная плотность суммарных шумов приведенных ко входу регулятора описывается выражением

$$\sigma_{\Sigma}^{//}(z) = \sigma_{вх}^2 + \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2}{D_p(z^{-1})D_p(z)} \tag{5}$$

где σ_{i}^2 - дисперсия шумов умножения согласно структурным схемам.

В наихудшем случае, когда

$$\sigma_i^2 = \sigma_p^2 = \sigma_d^2 = \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = 1/12 \tag{6}$$

Получим

$$\sigma_{\Sigma}^{/}(z) = \frac{1}{12}[1 + \frac{2 + (1-z^{-1})(1-z)}{D_p(z^{-1})D_p(z)}] \approx \frac{1}{12}[1 + \frac{2}{D_p(z^{-1})D_p(z)}];$$

$$\sigma_{\Sigma}^{//}(z) = \frac{1}{12}[1 + \frac{3}{D_p(z^{-1})D_p(z)}]. \tag{7}$$

Очевидно, что коэффициент передачи регулятора, равный K_p, определяет соотношение между шумом квантования и шумами умножения так, что при $K_p > 1$ основной вклад в суммарный шум вносится входным преобразователем, а при $K_p < 1$ - шумами умножения. Это говорит о том, что наиболее рационально обеспечивать повышение точности при одновременном увеличении числа разрядов входного и выходного преобразователя задаваясь постоянным значением коэффициента передачи регулятора, определяемым, например, из условия равенства дисперсий ошибки системы от воздействия шума квантования и шумов умножения.

Выводы

1. При реализации алгоритмов управления с помощью цифровых устройств усечение и округление результата умножения приводит к появлению погрешности вычисления, которые описываются белым шумом.
2. Дисперсия шума умножения целого числа на дробную часть множителя является функцией коэффициента умножения, в отличие от шумов квантования, имеющих дисперсию равную $\delta^2/12$.
3. Параллельная форма реализации цифрового ПИД регулятора с выполнением операции умножения после операции интегрирования имеет наименьшую величину дополнительных шумов.
4. Коэффициент передачи регулятора определяет соотношение между шумами квантования и шумами умножения. При коэффициенте $K_p > 1$ основной вклад в суммарный шум вносится входным преобразователем, а при $K_p < 1$ - шумами квантования.

Список литературы: 1. Husarová B, Juhás M, Michaľčonok G: Vplyv periódy vzorkovania pri číslicovom riadení dynamických objektov s dopravným oneskorením. In.EE časopis pre elektrotechniku a energetiku, ročník 10, október 2004 mimoriadne číslo, vydanie ku konferencii s medzinárodnou účasťou Elektrotechnika a informatika 2004, Trenčín. Bratislava: STU, 2004.ISSN 1335-2547. **2.** Изерман Р. Цифровые системы управления: Пер. с англ. – Мир, 1984.-541 стр., ил.

Надійшла до редколегії 31.05.2010 р.

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ КВАНТОВАНИЯ НА ПЕРЕМЕННЫЕ И ТОЧНОСТЬ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Павлинова Д. *(Университет св. Кирилла и Мефодия, г.Трнава, Словакия)*

Помимо выбора соответствующих алгоритмов управления и способа организации цифрового сигнала обратной связи для обеспечения высокого качества управления с помощью цифровых устройств необходимо рассматривать влияние квантования сигналов по уровню на переменные, точность регулирования и на работу цифровых регуляторов.

Анализ динамических процессов, протекающих в дискретных системах автоматического управления с нелинейными звеньями, является сложной задачей. Имеющиеся точные методы позволяют получать только частные решения, что затрудняет выполнение сравнительного анализа различных структур реализации цифровых регуляторов. Поэтому при анализе структур цифрового ПИД регулятора воспользуемся приближенным методом гармонического баланса и соответствующим ему методом статистической линеаризации.

В статье расматриваются погрешности вычисления для различных структур реализации регуляторов, которые описываются белым шумом.