

ПРОЕКТИРОВАНИЕ МЕХАНИЗМА С ЗАМКНУТОЙ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ЦЕПЬЮ И ОПТИМАЛЬНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВА

Скляренко Е.Г., Бурдин А.В., Настычук С.А. (ДонНТУ, г. Донецк, Украина)

As well a relative poor reliance between the workspace size and the size of parallel mechanisms, as kinematic singularities inside the workspace, where mechanism loses static stability, require a careful design of the mechanisms' kinematics. The 2-DOF parallel mechanisms' kinematics is designed, which ensures static stability on the whole workspace, and a kinematic parameters' optimization method based on a coefficient of space using is proposed.

Введение

Актуальность работы

Одной из актуальных тенденций в робототехнике является разработка конструкции роботов на основе механизмов с замкнутой кинематической цепью, именуемых также в зарубежной литературе параллельными роботами [1]. По сравнению с «классическими» промышленными роботами с разомкнутой кинематической цепью параллельные роботы обладают большим быстродействием и высокой точностью позиционирования в динамических режимах, что обусловлено малой инерционностью и высокой жесткостью их конструкции. Наряду с указанными преимуществами следует, однако, отметить относительно плохое соотношение величины рабочего пространства к габаритным размерам механизмов с замкнутой кинематической цепью и наличие в рабочем пространстве особых точек. Поэтому при проектировании механизмов данного типа особое место занимает проблема оптимизации их конструктивных параметров (КП).

На кафедре систем программного управления и мехатроники ДонНТУ выполняются исследовательские работы по созданию систем интеллектуального управления робототехническими и мехатронными устройствами. В рамках этих исследований на основе механизма с замкнутой кинематической цепью создан прототип робота с двумя степенями подвижности, см. рис.1. Его схват (или подвижная платформа) А соединен с неподвижной платформой (основанием) парой опорных стержней 1 и парой линейных электроприводов 2 (на кинематических схемах изображены в виде скользящего шарнира), закрепленных горизонтально и неподвижно.

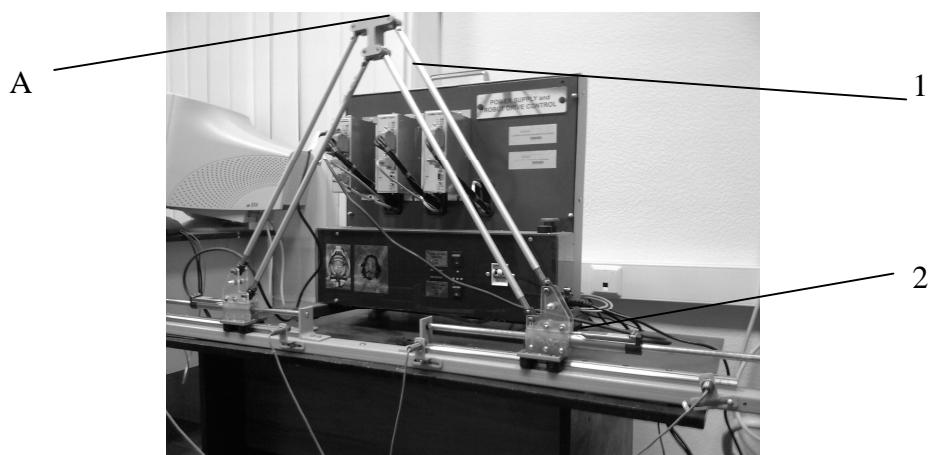


Рис.1. Лабораторная установка каф. СПУиМ

Хотя этот механизм с двумя степенями подвижности и является простейшим представителем механизмов с замкнутой кинематической цепью, его кинематические задачи имеют аналитическое решение, а решения легко представляются графически. Поэтому этот механизм идеально подходит для понимания проблематики, отработки задач синтеза конструкции и оптимизации КП.

Аналитическая оптимизация КП данного механизма из условия обеспечения максимума рабочего пространства выполнена в работе [3]. Однако в рабочем пространстве оптимизированного таким образом механизма имеются особые точки, где нарушается условие статической устойчивости механизма (положения, когда опорные стержни перпендикулярны или параллельны основанию). В работе [2] были найдены ограничения на КП механизма, которые обеспечивают заданный запас статической устойчивости во всём рабочем пространстве механизма. Это связано с довольно существенным сокращением рабочего пространства.

Цель: разработать конструкцию механизма «параллельной кинематики» с оптимальными параметрами по критерию эффективного использования пространства.

Задачи: предложить кинематическую схему механизма и выполнить оптимизацию КП.

Основное содержание статьи

Оценку эффективности использования пространства предлагается производить на основе одноименного коэффициента:

$$K_e = \frac{S_A}{S_M} , \quad (1)$$

где S_A – площадь фигуры, ограничивающей пространство, в котором может находиться схват робота A (площадь рабочего пространства), S_M – площадь фигуры, ограничивающей пространство, в котором располагаются или могут при движении располагаться элементы конструкции механизма (площадь габаритного пространства). Площадь S_A выделена на рисунках темным цветом, а S_M – штриховкой.

Очевидно, коэффициент K_e , так же как и площади S_A и S_M , является функцией КП механизма. Поэтому задача эффективного использования пространства сводится к оптимизационной задаче поиска максимума коэффициента K_e по КП в качестве аргументов. Для начала попытаемся найти указанный оптимум для конструкции механизма, исследовавшейся в [2] и [3]. КП механизма являются: длина опорных стержней l , расстояние до оси симметрии L_0 и величина хода линейного двигателя L , см. рис.2.

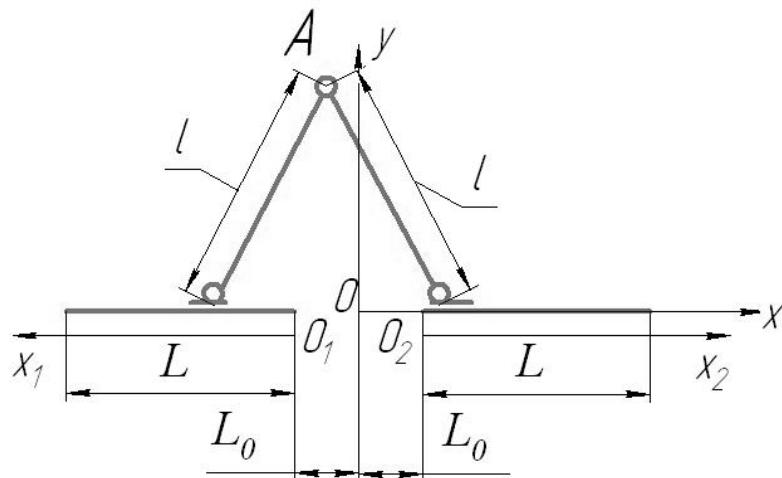


Рис. 2. Кинематическая схема механизма

Если с целью обеспечения равноустойчивости механизма в качестве ограничений ввести минимально допустимый угол γ_0 между осью ОХ (ОY) и опорным стержнем в крайних положениях линейных двигателей, см. рис.4, то два любых КП выражаются через третий, например:

$$l = \frac{1}{\cos \gamma_0 - \sin \gamma_0} \cdot L = \varphi_{10}(\gamma_0) \cdot L \quad (2)$$

$$L_0 = \frac{\sin \gamma_0}{\cos \gamma_0 - \sin \gamma_0} \cdot L = \varphi_{20}(\gamma_0) \cdot L$$

На рис.4 изображены графики функций $\varphi_{10}(\gamma_0)$ и $\varphi_{20}(\gamma_0)$ в диапазоне $\gamma_0 \in [0^\circ, 20^\circ]$, представляющем интерес для пересчета КП при поиске максимума. Теоретически максимально возможное значение угла γ_0 составляет 45° .

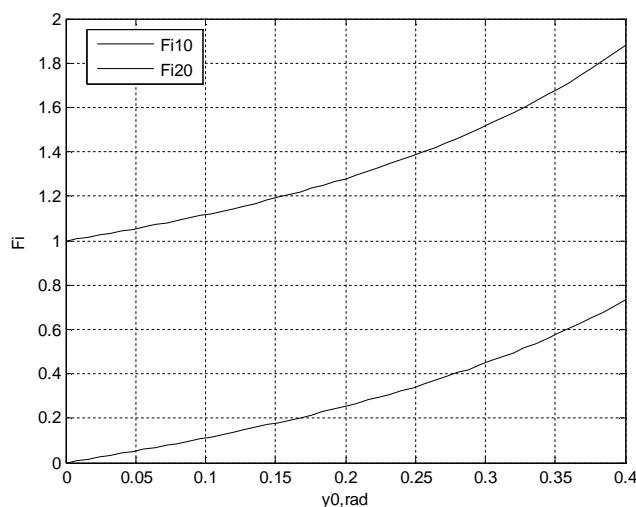


Рис.3. Графики функций $\varphi_{10}(\gamma_0)$ и $\varphi_{20}(\gamma_0)$

Выражения (2) позволяют при заданном ходе линейного двигателя L вести поиск максимума коэффициента использования пространства K_e только по одному аргументу – углу γ_0 . На рис.4 изображены рабочее и габаритное пространство рассматриваемого механизма.

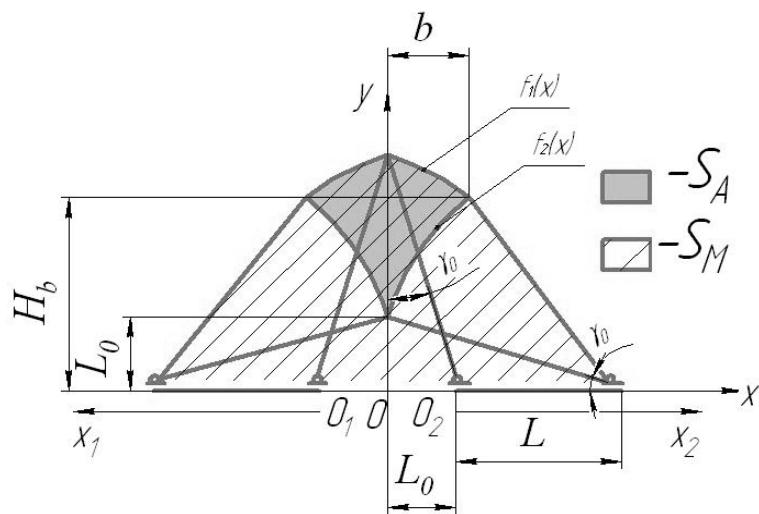


Рис. 4. Рабочее и габаритное пространство исходного механизма

Выражения для площадей, определяющих величину коэффициента K_e (1) имеют следующий вид:

$$S_A = 2 \cdot \left(\int_0^b f_1(x) dx - \int_0^b f_2(x) dx \right),$$

$$S_M = 2 \cdot \left(\int_0^b f_1(x) dx + \frac{1}{2} (L_0 + L - b) H_b \right),$$

где с учётом (2) $f_1(x) = \sqrt{l^2 - (x + l \sin \gamma_0)^2}$, $f_2(x) = \sqrt{l^2 - (x - l \cos \gamma_0)^2}$,

а $H_b = \frac{1}{2} l \sqrt{3 - \sin 2\gamma_0}$ и $b = \frac{1}{2} L$ – параметры рабочего пространства в характерной точке, см. рис.4.

В силу громоздкости, окончательное выражение для коэффициента использования пространства K_e не приводится, хотя при вычислении интегралов никаких трудностей не возникает.

График зависимости $K_e(\gamma_0)$ показан на рис.5. С погрешностью менее 2% эту зависимость можно аппроксимировать функцией:

$$K_e \approx \frac{4\pi}{51} \cdot \left(1 - \sin \frac{3\gamma_0}{2} \right)$$

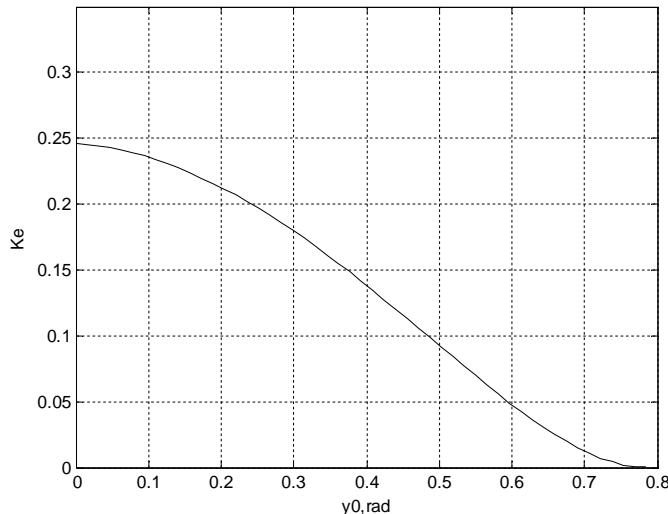


Рис. 5. Зависимость коэффициента K_e от γ_0

Видно, что коэффициент K_e имеет максимум в точке $\gamma_0 = 0$, т.е. при отсутствии запаса статической устойчивости в крайних положениях линейных двигателей. Отсюда вывод: данная конструкция механизма не имеет оптимума использования пространства при наложении условия равноустойчивости.

На основании полученного результата оптимизации предлагается несколько изменить исходную конструкцию механизма. Известны примеры параллельных роботов с наклоненными направляющими хода приводов [4]. Такая модификация исходной конструкции механизма с замкнутой кинематической цепью и двумя степенями подвижности отражена на кинематической схеме на рис.6.

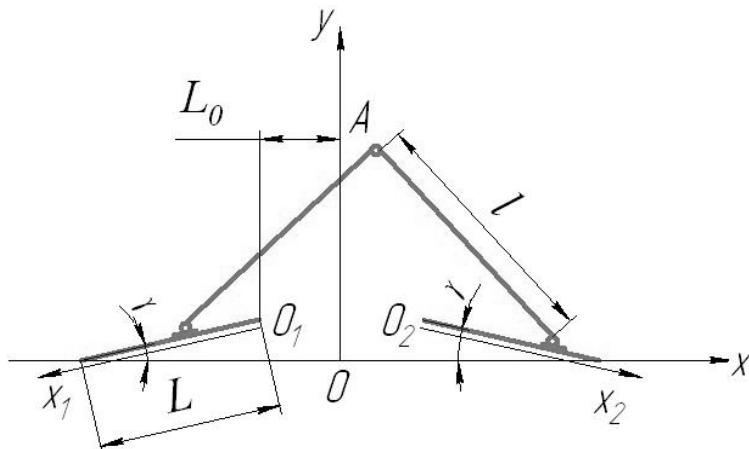


Рис. 6. Кинематическая схема механизма с наклонными направляющими хода

Благодаря тому, что угол γ между осью ОХ и направляющими хода двигателей является теперь неотъемлемой частью конструкции, для выполнения условия равнус-тойчивости во всём рабочем пространстве механизма остается ввести только одно дополнительное ограничение. При условии, что минимально допустимый угол между осью ОY и опорным стержнем в крайнем верхнем положении линейных двигателей тоже равен γ , см. рис.8, два любых КП этой конструкции также выражаются через третий, например:

$$l = \frac{\cos \gamma}{\cos \gamma - \sin \gamma} \cdot L = \varphi_1(\gamma) \cdot L \quad (3)$$

$$L_0 = \frac{\sin \gamma \cdot \cos \gamma}{\cos \gamma - \sin \gamma} \cdot L = \varphi_2(\gamma) \cdot L$$

Графики функций $\varphi_1(\gamma)$ и $\varphi_2(\gamma)$ соотношений КП (3) изображены в диапазоне $\gamma \in [0^\circ, 20^\circ]$ на рис.7. Теоретически максимально возможное значение угла γ здесь также составляет 45° .

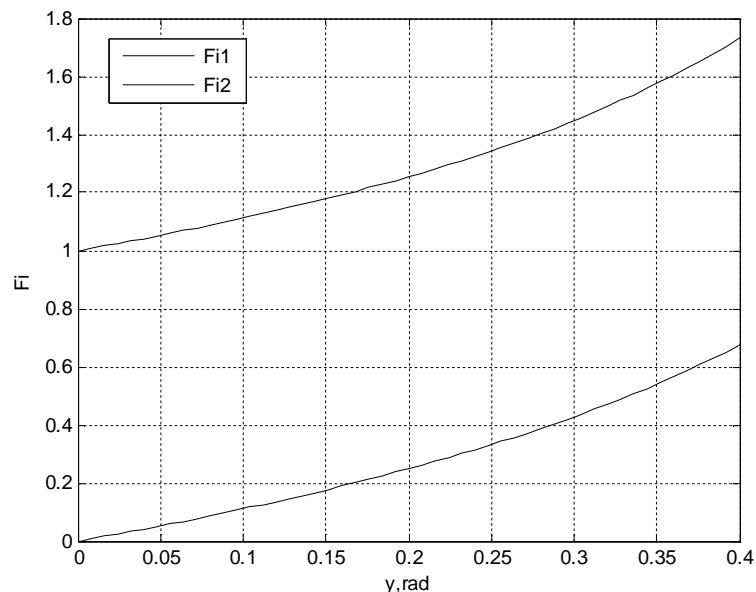


Рис.7. Графики функций $\varphi_1(\gamma)$ и $\varphi_2(\gamma)$

При заданной величине хода линейного двигателя L выражения (3) позволяют вести поиск максимума коэффициента использования пространства K_e по углу γ для новой конструкции механизма, аналогично изложенной выше методике. Рабочее и габаритное пространства этого механизма изображены на рис.8.

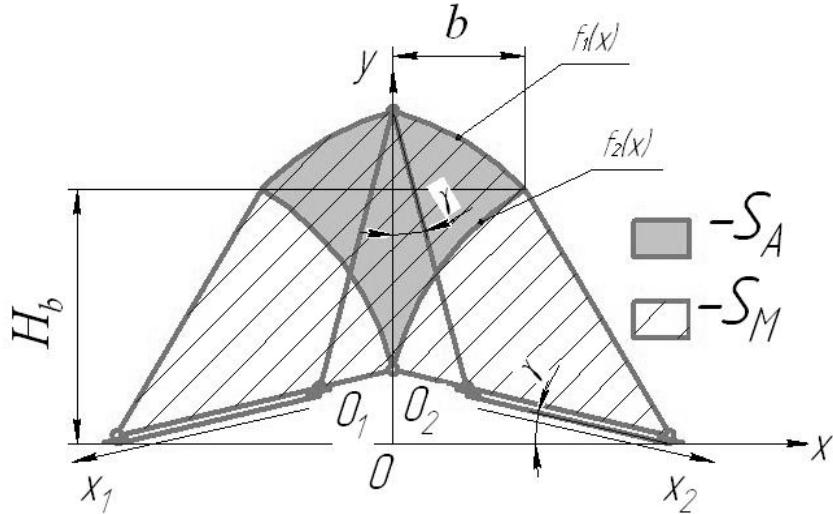


Рис. 8. Рабочее и габаритное пространство нового механизма

Выражения для площадей, определяющих величину коэффициента K_e , принимают следующий вид:

$$S_A = 2 \cdot \left(\int_0^b f_1(x) dx - \int_0^b f_2(x) dx \right),$$

$$S_M = 2 \cdot \left(\int_0^b f_1(x) dx + \frac{1}{2} (l \cos \gamma - b) H_b - \frac{1}{4} l^2 \sin 2\gamma \right),$$

где с учётом (3) $f_1(x) = \sqrt{l^2 - (x + l \sin \gamma)^2} + L \sin \gamma$, $f_2(x) = \sqrt{l^2 - (x - l \cos \gamma)^2}$,

$$H_b = \frac{l}{2} \cdot \left((1 - \operatorname{tg} \gamma) \cdot \sin \gamma + (\cos \gamma + \sin \gamma) \cdot \sqrt{\frac{1 + \cos 2\gamma}{2 + \sin 4\gamma} - \frac{1}{4}} \right),$$

$$b = \frac{l}{2} \cdot \left((\cos \gamma - \sin \gamma) + (1 - \operatorname{tg} \gamma) \cdot \sin \gamma \cdot \sqrt{\frac{1 + \cos 2\gamma}{2 + \sin 4\gamma} - \frac{1}{4}} \right).$$

График зависимости $K_e(\gamma)$ представлен на рис.9. В рассматриваемой области эту зависимость с высокой точностью можно аппроксимировать следующим полиномом четвертого порядка:

$$K_e \approx -1,72\gamma^4 + 1,61\gamma^3 - 1,28\gamma^2 + 0,534\gamma + \frac{4\pi}{51}.$$

Анализ показывает, что коэффициент K_e для новой конструкции механизма имеет максимум в точке $\gamma = 0,304 \text{ rad} = 17,41^\circ$. Таким образом, данная конструкция механизма имеет оптимум использования пространства при выполнении условия равнустойчивости во всём рабочем пространстве механизма.

Оптимальные значения КП предлагаемой конструкции механизма могут быть рассчитаны согласно (3). КП, соответствующие заданному значению хода линейного двигателя $L = 0,4 \text{ м}$, сведены в таблицу 1 для сравнения с КП исходной конструкции, синтезированной в [2].

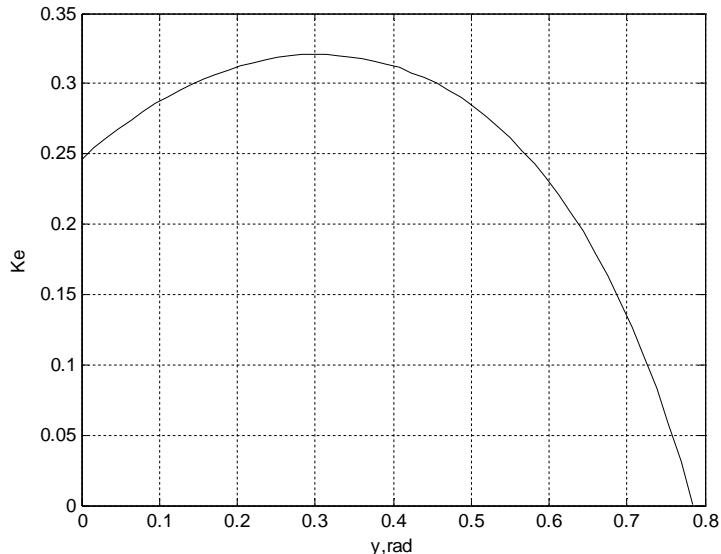


Рис.9. Зависимость коэффициента K_e от γ

Таблица 1. Значения КП для двух типов конструкции механизма.

Конструкция	L , м	l , м	L_0 , м	S_A , м ²	K_e
Исходная ($\gamma_0 = 15^\circ$)	0,4	0,585	0,164	0,07	0,19
Предлагаемая ($\gamma = 17,41^\circ$)	0,4	0,583	0,174	0,118	0,32

Выводы

За счет наклона направляющих хода приводов и оптимизации конструктивных параметров предлагаемая конструкция механизма с замкнутой кинематической цепью и двумя степенями подвижности обеспечивает по сравнению с исходной конструкцией механизма более эффективное использование пространства (коэффициент K_e в 1,68 раза выше) при примерно одинаковом запасе статической устойчивости в крайних положениях линейных приводов.

Список литературы: 1. J.-P. Merlet. Parallel Robots. Second Edition. – Springer, 2006. – 400С. 2. Скляренко Е.Г., Бурдин А.В. Синтез конструктивных параметров механизма с замкнутой кинематической цепью обеспечивающих статическую устойчивость// Електромашинобудування та електрообладнання: Міжвідомчий наук.-техн. збірник.– Київ: Техніка, 2008.– Вип. 70.– С. 7-11. 3. Скляренко Е.Г. Оптимізація кинематических параметров паралельного механизма с двумя степенями подвижности// Електромашинобудування та електрообладнання: Міжвідомчий наук.-техн. збірник.– Київ: Техніка, 2006.– Вип. 66.– С. 250-252. 4. Bonev I.A., Ryu, J. Workspace analysis of 6-PRRS parallel manipulators based on the vertex space concept, ASME Design Engineering Technical Conferences (DETC 1999), Las Vegas, NV, USA, September 12–15, 1999.

Сдано в редакцию 29.01.09