

АЛГОРИТМ ВИЗНАЧЕННЯ ДИНАМІЧНОЇ СТІЙКОСТІ ДИСКОВИХ ВІДРІЗНИХ ФРЕЗ

Панчук В.Г. (НТУУ “КПІ”, м. Київ, Україна)

In this article is examined algorithm and the procedure of the comparative assessment of the quality of the process of cutting by disk cutters according to the criterion of the dynamic stability of cutter. The theoretical temporary dependence of the cutting force, obtained by the method of the imitation simulation of the complete process of cutting the billet of arbitrary section, is used as the initial characteristic of exciting force.

Вступ. Питання оцінки динамічної стійкості відрізних фрез є одним з найважливіших, коли розглядаються конструкції з нерівномірним кроком або різнонаправленими зубцями. В монографії [1] наведені результати багаторічних досліджень, пов'язаних з розробкою відрізних фрез з підвищеною динамічною стійкістю. При цьому відмічається, що процес відрізання фрезами з точки зору динамічного стану інструменту є одним із найскладніших за умовами роботи. В процесі різання дисковою відрізною фрезою виникають зовнішні періодичні збуджуючі сили внаслідок удару зубців при врізанні в тіло заготовки, виходу їх із зони різання і радіального та торцевого биття зубчастого вінця фрези, пов'язані з похибками виготовлення і встановлення інструменту. З метою зменшення динамічних навантажень на інструмент розробляються різні прогресивні конструкції відрізних фрез.

В роботі [1] вказується, що задача про вимушені коливання, яка є первинною проблемою в дослідженні динамічного стану відрізних фрез, може бути розв'язана шляхом розкладання за власними формами коливань. Для визначення власних частот і власних форм коливань пропонуються методи, які базуються на варіаційно-сітковому підході.

Відповідно до методу, який до цього часу використовується для визначення динамічної стійкості відрізних фрез, контакт фрези із заготовкою здійснюється по зовнішньому ободу, який складається із вершин зубців. Тому ця взаємодія являє собою періодичний процес вигинання фрези в процесі її обертання і є, фактично, кінематичним збудником поперечних коливань фрези.

В якості критерію динамічної стійкості фрези використовується параметр

$$B_{ij} = \frac{C_j p_j^2}{\omega_i^2 - p_j^2}, \quad (1)$$

де C_j — амплітуда j -ї гармоніки збуджуючої сили,

p_j — її кругова частота,

ω_i — i -та власна кругова частота.

Даний параметр, який являє собою амплітуду вимушених коливань фрези при заданих власній частоті ω_i і частоті збуджуючих коливань p_j , використовується в якості порівняльної характеристики динамічного стану дискової відрізної фрези.

Відповідно до прийнятої на даний час методики з цією метою визначаються власні частоти і власні форми коливання фрези. При визначенні амплітуд і частот збуджуючих сил використовується припущення, що сили які вигинають фрезу пропорційні силам різання, які діють в площині фрези. Вважається, що сила, яка діє на зуб, є постійна

і умовно рівна одиниці, тоді загальне зусилля пропорційне кількості ріжучих зубців. При таких припущеннях визначається умовне зусилля різання за один період, який дорівнює часу роботи одної групи зубців. Отримана таким чином ступінчаста функція розкладається в ряд Фур'є, за яким визначаються частоти і амплітуди гармонік збуджуваних сил.

Даний підхід передбачає, що сила різання є величиною періодичною і стаціонарною. Аналіз процесу відрізання фрезами показує, що це твердження є справедливим тільки для ділянок, на яких глибина фрезерування зберігається постійною. Якщо розглядати відрізання в цілому, то в будь-якому випадку процес є нестационарним вже завдяки наявності зон врізання і виходу інструменту. Глибина фрезерування є постійною тільки у випадку відрізання заготовок типу пластин, для будь-яких інших профілів сила різання є періодичною нестационарною величиною.

Прийнята методика також не враховує впливу на динаміку сили різання геометрії різальної частини відрізної фрези, крім нерівномірності кроку, хоча теоретичними дослідженнями встановлено, що фрези з нахиленим зубом мають кращі динамічні характеристики [1].

Описаний в даній статті алгоритм теоретичного дослідження процесу відрізання дисковими фрезами за критерієм динамічної стійкості, є продовженням робіт [3], направлених на розробку теоретичних основ проектування відрізних фрез прогресивних конструкцій і створення на основі цих теоретичних положень розрахунково-аналітичного комп'ютерного комплексу.

Основна частина. В якості первинної інформації для динамічного аналізу процесу відрізання фрезою використовуються геометричні параметри фрези і таблично задані функції складових сили різання. Описані в роботі [3] алгоритм і програмні засоби дозволяють отримати в табличному вигляді теоретичні залежності складових сили різання як функцій часу на протязі всього процесу відрізання заготовки, від врізання до повного виходу інструменту. При цьому сила різання виступає в ролі комплексного показника, в розрахунках якого враховуються всі геометричні параметри різальної частини фрези, форма профілю і механічні властивості матеріалу заготовки, режими різання.

Використання в розрахунках за формулою (1) реальних значень сили різання забезпечить при дослідженні динамічного стану фрез одержання більш надійних і реальних результатів.

Амплітудно-частотний аналіз сили різання. Для визначення амплітуд і частот сили різання, яка є збуджуючою силою і задана таблично парами величин t_n і y_n , необхідно провести періодичну функцію, яка буде являти собою ряд Фур'є

$$f_R(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^J a_j \cos jp_0 t + \sum_{j=1}^J b_j \sin jp_0 t$$

Для побудови ряду, який розвинений до J -ї вищої гармоніки потрібно знайти $2J+1$ коефіцієнтів як значень амплітуд гармонічних коливань. Звідси, масив вибірок повинен складати мінімум N пар величин t_n і y_n

$$N \geq 2J + 1 \quad (2)$$

Для побудови ряду Фур'є використаємо методику апроксимації періодичної функції рядом Фур'є, яка викладена в роботі [4].

Задана таблично періодична функція містить N пар величин t_n і y_n , де y_n — миттєве значення сили різання в момент часу t_n . Інтервал дискретизації є постійним і може бути визначений як різниця моментів часу двох послідовних вимірювань

$$T_a = t_n - t_{n-1}$$

Звідси справедлива рівність

$$t_n = nT_a$$

Загальний час вимірювань NT_a точно відповідає періоду T_0 основної гармоніки збуджуючої сили з круговою частотою p_0 , тобто

$$T_0 = NT_a \quad (3)$$

Кругова частота p_0 основної гармоніки визначається з рівності

$$p_0 = \frac{2\pi}{NT_a}. \quad (4)$$

Нерівність (2) відповідає теоремі про вибірки. Якщо її ліву і праву частини помножити на частоту основної гармоніки p_0 , то враховуючи $Np_0 = p_a$, що випливає з (3), одержимо

$$Np_0 = p_a \geq (2J+1)p_0. \quad (5)$$

Із залежності (5) маємо, що частота дискретизації p_a повинна бути щонайменше вдвічі більша частоти найвищої гармоніки Jp_0 .

Коефіцієнти a_j і b_j визначаються за методом найменших квадратів. Якщо кількість вибірок $N = 2J + 1$, то шукана крива проходить через значення вибірок, у випадку $N > 2J + 1$ виконується усереднення між опорними точками.

Остаточні формули для визначення коефіцієнтів a_j і b_j мають вигляд

$$a_j = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} y_n \cos jp_0 t_n \text{ для } j = \overline{0, J}; \quad b_j = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} y_n \sin jp_0 t_n \text{ для } j = \overline{1, J}.$$

У зв'язку із великими розмірами табличних даних і, як результат, великою кількістю необхідних розрахунків, приведений алгоритм визначення ряду Фур'є може бути

реалізований у вигляді комп'ютерної програми на будь-якій універсальній або спеціалізованій мові програмування.

Визначення власних частот фрези. Одною із найважливіших задач при розрахунках коливань пружних систем є визначення власних частот і відповідних їм власних форм коливань [1, 2]. Аналітичний розв'язок можливий тільки для вузького кола задач, тому виникає необхідність використання чисельних методів. При цьому накладаються обмеження на кількість власних частот і відповідних їм форм, які визначаються. На практиці, як правило, в динамічних розрахунках конструкцій достатньо знати до двадцяти власних частот. Проблема їх знаходження при розв'язку задач про вимушені коливання реальних механічних систем доволі трудомістка і вимагає великих обчислювальних і часових затрат. Тому і на даний час продовжується створення і розвиток алгоритмів визначення власних частот.

Дискова відрізна фреза в розрахунках власних частот розглядається як кругла кільцева пластина змінної за радіусом товщини защемлена по внутрішньому контуру. В такій інтерпретації задача є класичною і для її розв'язку можливе використання різних підходів.

В роботі [1] використано метод, який базується на застосуванні варіаційносіткових методів для формування скінченновимірного функціоналу Релея-Рітца та його мінімізації методом покоординатного спуску. Метод дає можливість розв'язати неповну задачу на власні числа з визначенням власних форм на кратних частотах, є стійким і має простий алгоритм.

Даний метод визначення власних частот і форм коливань був реалізований у вигляді обчислювального комплексу на персональних ЕОМ. Комплекс призначений для розрахунку конструкцій складної геометричної форми при довільних крайових умовах.

Оскільки метод є універсальним, то, в застосуванні до розрахунку дискових відрізних фрез, йому властива надмірна надлишковість і складність, розрахунки потребують значних затрат машинного часу.

В нашому випадку пропонується використати напіваналітичний метод визначення власних форм і власних частот круглої кільцевої пластини [2], перший крок якого оснований на звичайному підході, який використовується в аналітичних розв'язках. Переміщення в круглій кільцевій пластині є періодичною функцією часу і кута з періодом 2π . Вони можуть бути представлені у вигляді ряду

$$W(\rho, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} w_n(\rho, \theta) \cos \omega_n t.$$

Задача визначення власних форм і частот зводиться до визначення невідомих функцій $w_n(\rho, \theta)$, які залежать від двох змінних, періодичних за кутом. Тому їх можна шукати у вигляді $u_{kn}(\rho) \cos k\theta$. Тоді задача визначення власних форм зводиться до знаходження функцій $u_{kn}(\rho)$, ортогональних на відрізку $r_1 \leq \rho \leq r_2$, де r_1 і r_2 — відповідно внутрішній і зовнішній радіуси кільця при відповідних крайових умовах. Таким чином, двомірна задача визначення власних форм зводиться до одновимірної.

Використання запропонованого напіваналітичного методу дає можливість зменшити час обчислень завдяки тому, що кількість невідомих при розв'язанні двовимірної задачі складає біля $18n^2$, а в даному методі рівна $2n$, крім того попередній поділ форм за кількістю вузлових n діаметрів дозволяє обмежитись тільки двома формами при кожному $0 \leq n \leq 8$. Це дозволяє визначити 17 власних форм і частот, яких цілком достатньо для розв'язку прикладних задач. Крім того, запропонований метод забезпечує непе-

первність кутів повороту і, внаслідок цього, точність розв'язку за результатами тестових задач співпадає з точністю аналітичного розв'язку.

Метод [2] реалізовано у вигляді виконавчого модуля R_n_s.exe. Даний модуль буде розглядатися нами і використовуватись у вигляді “чорного ящика”, для якого відомі формат і об'єм вхідної і вихідної інформації. Ввід інформації для роботи програми виконується вручну з клавіатури в інтерактивному режимі, або в пакетному режимі із заздалегідь підготовленого текстового файлу. Вивід результатів обчислень здійснюється в текстовий файл Sob_numb і вони можуть бути використані іншими модулями обчислювальної системи.

Визначення критерію динамічної стійкості відрізної фрези. Для виконання розрахунків за формулою (1) необхідна наявність даних у вигляді трьох множин:

- множина значень гармонік збуджуючої сили (сили різання)

$$\mathbf{P}_R = \{p_j\}, \quad \text{де } j = \overline{0, J};$$

- множина амплітуд відповідних гармонік збуджуючої сили

$$\mathbf{C} = \{C_j\}, \quad \text{де } j = \overline{0, J};$$

- множина власних частот відрізної фрези

$$\mathbf{\Omega} = \{\omega_i\}, \quad \text{де } i = \overline{1, I}.$$

При цьому вхідними даними являються часові реалізації сили різання подачі $P_s(t)$ і сили різання відтискання $P_n(t)$. Оскільки відповідно до теоретичних положень збуджуюча сила діє в площині фрези, то вона визначається як рівнодійна сил $P_s(t)$ і $P_n(t)$

$$P_R(t) = \sqrt{P_s(t)^2 + P_n(t)^2}.$$

Із одержаної часової реалізації шляхом розкладу в ряд Фур'є одержуємо множину значень коефіцієнтів ряду a_j і b_j , за якими визначаються амплітуди гармонік збуджуючої сили

$$C_j = \sqrt{a_j^2 + b_j^2}, \quad \text{де } j = \overline{1, J}.$$

За формулою (1) обчислюємо значення амплітуд вимушених коливань фрези. Результатом є матриця розмірністю $I \times J$

$$\mathbf{B} = \{B_{ij}\}, \quad \text{де } i = \overline{1, I} \text{ і } j = \overline{1, J}.$$

В якості критерію динамічної стійкості фрези за даних умов фрезерування приймається максимальне за абсолютною величиною значення амплітуди вимушених коливань

$$C_{r \max} = \max(|B_{ij}|), \quad \text{де } i = \overline{1, I} \text{ і } j = \overline{1, J}.$$

Вважається, що динамічна стійкість фрези в процесі відрізання буде тим вища, чим менше значення параметра $C_{r \max}$.

Для остаточного завершення алгоритму необхідно визначитися із значеннями змінних I та J . Тоді на підставі залежностей (3)–(5) можуть бути визначені всі необхідні вхідні параметри для розрахунків.

В роботі [1] обґрунтовується положення, що оцінку максимального значення критерія динамічної стійкості фрези слід проводити на перших трьох формах власних коливань, оскільки максимальні амплітуди коливань на зовнішньому ободі досягаються саме на цих формах.

Таким чином, виконавши попередні обчислення власних частот досліджуваної фрези, можна встановити необхідний частотний діапазон для розрахунку збуджуючої сили таким чином, щоб три перших власних частоти гарантовано попадали в діапазон гармонік збуджуючої сили. Тоді на підставі залежності (5) визначається значення частоти дискретизації p_a . Розмір часової реалізації сили різання N залежить від тривалості модельного часу при імітаційному моделюванні процесу відрізання. Решта параметрів отримуються автоматично.

Перевірка адекватності методу. Адекватність методу визначалась шляхом порівняння результатів існуючого методу і розробленого, оскільки одержані існуючим методом результати пройшли експериментальну перевірку [1].

Існуюче програмне забезпечення призначене виключно для імітації процесу відрізання пластин. Тому для розрахунку вибрано процес відрізання прутка квадратного січення розміром 12 мм із симетричним розміщенням відносно осі фрези. Фреза прямозуба, діаметр фрези 160 мм, діаметр маточини фрези 47 мм, ширина фрези 1,6 мм, кількість зубців 80 шт., розміщення зубців рівномірне, частота обертання фрези 45 об/хв., густина матеріалу фрези 7800 кг/м^3 ; модуль пружності $2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

В запропонованому розрахунку додатково задаються: подача на зуб 0,0021 мм/зуб; ширина пластини 12 мм.

На рисунках 1 і 2 зображені спектри отримані за двома методами. Для наочності на них накладені власні частоти. Частотний діапазон у двох випадках є завищеним. Але у першому випадку він закладений в алгоритм розрахунку, а в другому випадку свідомо встановлений вищим для демонстрації можливостей системи і може бути заданий довільним шляхом зміни в інтерактивному режимі параметрів імітаційного моделювання. Очевидно, що в більш наближеному до реальності другому спектрі не спостерігається строга регулярність, яка очевидна на рис. 1.

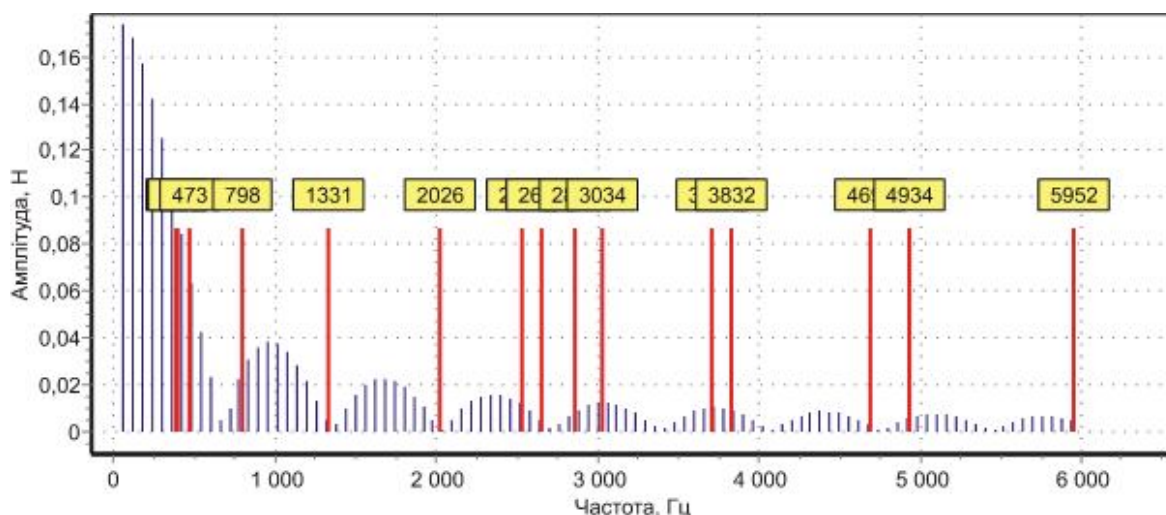


Рис. 1. Спектр і власні частоти за існуючою методикою розрахунків

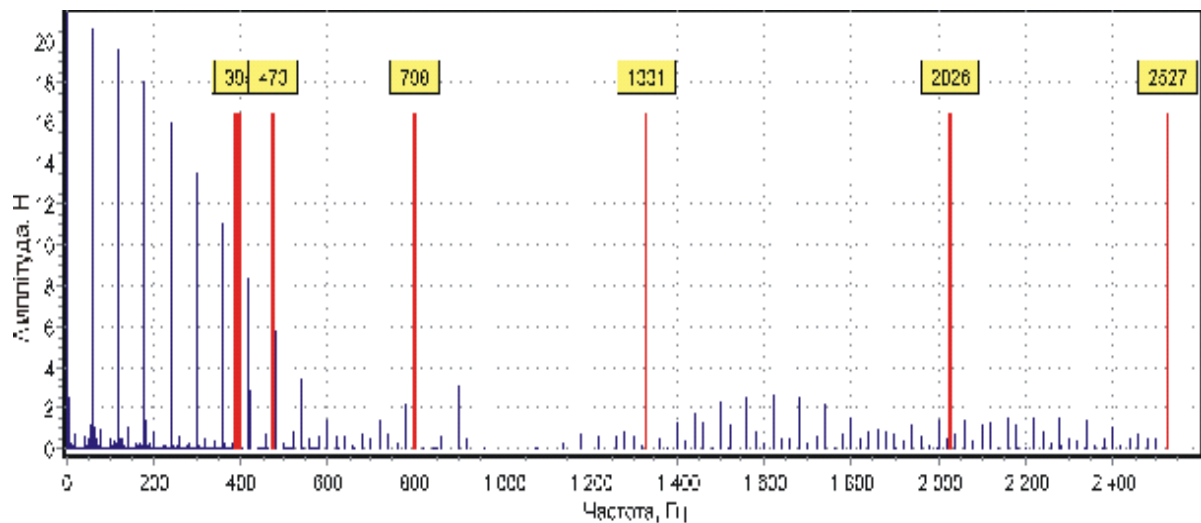


Рис. 2. Спектр і власні частоти за розробленим алгоритмом

За існуючою методикою максимальне значення амплітуди вимушених коливань $C_{r\max} = 2,29756$ спостерігається при частоті власних коливань $\omega = 2974,08$ рад/с (473,34 Гц) і частоті збуджуючої сили $p = 3015,97$ рад/с (480 Гц). За розробленою методикою $C_{r\max} = 214,1$ спостерігається при частоті власних коливань $\omega = 2974,08$ рад/с (473,34 Гц) і частоті збуджуючої сили $p = 3015,97$ рад/с (480 Гц). Отже для даного тестового випадку результати розрахунків співпали, отже метод, який пропонується є адекватним. Значення $C_{r\max}$ відрізняються, тому що реальна амплітуда збуджуючих коливань значно більша умовної, яка прийнята в існуючій методиці.

Висновки.

Розроблено алгоритм і методику аналізу динамічної стійкості відрізної фрези на основі результатів імітаційного моделювання процесів відрізання дисковими фрезами заготовок довільного профілю. Проведений порівняльний аналіз з існуючим методом засвідчив адекватність методу, який пропонується для впровадження.

Список літератури: 1. Дисковые пилы с неравномерным шагом [Текст] : монография / П. Р. Родин, Н. С. Равская, А. Е. Бабенко, О. А. Боронко. — К. : НТУУ “КПИ”, 2008. — 216 с. 2. Бабенко А. Е. Полуаналитический метод определения собственных форм и собственных частот круглой кольцевой пластинки / А. Е. Бабенко, Н. С. Равская, О. А. Боронко // Вестник НТУУ “КПИ”. Машиностроение. — 2004. — № 45. — С. 11–12. 3. Панчук В. Г. Комп’ютерна реалізація розрахунку теоретичного значення сили різання при відрізанні фрезами / В. Г. Панчук // Прогресивні технології і системи машинобудування. — 2008. — № 36. — С. 146–154. 4. Шрюфер Е. Обработка сигналов: цифровая обработка дискретизованных сигналов : [підруч. для техн. спец. вузів] / За ред. В. П. Бабака; [пер. з нім. В. П. Бабак, Г. В. Юхименко] — К. : Либідь, 1992. — 296 с. 5. 6.

Сдано в редакцию 22.01.2009