

ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ БІЛЯ КРАЙОВИХ ТРІЩИН У АНІЗОТРОПНИХ ПЛАСТИНЧАСТИХ ЕЛЕМЕНТАХ КОНСТРУКЦІЙ ТА ДЕТАЛЯХ МАШИН

Максимович О.В. (ЛНТУ, м. Луцьк, Україна)

In the article the algorithm of calculation of the tense state of anisotropic plates is offered with regional cracks, going out on the elliptic opening. For the decision of task the method of scope integral equalizations, written in relation to the jump of moving of banks of cracks is used. Kernels in integral equalizations are written on the basis of decision of auxiliary task of theory of resiliency, that allowed automatically to satisfy scope terms on the border of opening. Efficiency of algorithm is shown at research of tensions near the cracks inclined under different corners. Examples in which a little value CIT is or considerably depend on mechanical descriptions of material are pointed.

Для дослідження пружної рівноваги анізотропних пластинок складної форми з внутрішніми тріщинами широко використовуються універсальні підходи, які розроблені на основі сумісного застосування методів граничних інтегральних рівнянь (МГІР) та теорії функцій комплексної змінної [1,2,3,4]. Методам розрахунку коефіцієнтів інтенсивності напружень (КІН) для крайових тріщин у пластинках із отворами за допомогою МГІР присвячено відносно невелика кількість робіт, у тому числі і для ізотропних матеріалів. Огляд виконаних у даному напрямку досліджень для ізотропних пластинок наведено в [5]. При розгляді крайових тріщин виникають певні труднощі при задоволенні умов однозначності переміщень. У зв'язку з цим у літературі часто обмежуються розглядом пластинок із симетричними за формою отворів, у яких тріщини лежать на осях симетрії [5].

Метою даної роботи є розробка підходу до розрахунку напруженого стану пластинок із крайовими тріщинами біля еліптичного отвору в анізотропних пластинках на основі методу інтегральних рівнянь, та дослідження на цій основі впливу анізотропії на значення КІН пластинчастих елементах конструкцій та деталях машин.

Постановка задачі. Розглядається нескінченна пластинка з еліптичним отвором, яка послаблена крайовою тріщиною, що розміщена вздовж кривої L . Прийmemo, що пластинка навантажена на нескінченності, перебуває під дією зосереджених сил та зусиль q_T , які прикладені до тріщини, що приймаються однаковими на її протилежних берегах.

Інтегральні рівняння задачі відносно стрибків переміщень. Розглядається нескінченна пластинка з еліптичним отвором, яка послаблена крайовою тріщиною, що розміщена вздовж кривої L . Прийmemo, що пластинка навантажена на нескінченності, перебуває під дією зосереджених сил та зусиль q_T , які прикладені до тріщини, що приймаються однаковими на її протилежних берегах.

Розглянемо нескінченну пластинку з отвором довільної форми, яка займає область D . При розгляді задачі теорії пружності для області D з внутрішніми тріщинами будемо виходити із інтегрального зображення у вигляді [1, 4]

$$\begin{aligned}\Phi(z_1) &= \int_L [\Phi_1(z_1, \xi, \eta) g'_1(s) + \Phi_2(z_1, \xi, \eta) g'_2(s)] ds + \Phi_D(z_1), \\ \Psi(z_2) &= \int_L [\Psi_1(z_2, \xi, \eta) g'_1(s) + \Psi_2(z_2, \xi, \eta) g'_2(s)] ds + \Psi_D(z_2),\end{aligned}\tag{1}$$

де $\Phi_j(z_1, \xi, \eta)$, $\Psi_j(z_1, \xi, \eta)$, $(j=1, 2)$, мають наступні особливості

$$\Phi_j \sim \frac{A_j}{z_1 - z_{10}}, \Psi_j \sim \frac{B_j}{z_2 - z_{20}}, \quad (2)$$

та є розв'язком задачі теорії пружності для області D з вільною від навантаження границею, $z_j = x + s_j y$, $z_{j0} = \xi + s_j \eta$, (ξ, η) - точка, що лежить в області D ,

$$A_1 = \frac{is_1}{2\pi\Delta_1}, \quad A_2 = -\frac{i}{2\pi\Delta_1}, \quad B_1 = \frac{is_2}{2\pi\Delta_2}, \quad B_2 = -\frac{i}{2\pi\Delta_2},$$

$\Delta_1 = a_{11}(s_1 - \bar{s}_1)(s_1 - s_2)(s_1 - \bar{s}_2)$, $\Delta_2 = a_{11}(s_2 - \bar{s}_1)(s_2 - s_1)(s_2 - \bar{s}_2)$, s_j - корені характеристичного рівняння [3], s - дугова координата, a_{11} - пружна стала, $g'_j = dg_j / ds$, g_j - невідомі функції, які рівні стрибкам переміщень u і v на берегах тріщини. Тут $\Phi_D(z_1)$, $\Psi_D(z_2)$ - потенціали, які відповідають прикладеному до пластинки з отвором (без тріщини) навантаженню.

При записі інтегрального представлення для крайової тріщини необхідно врахувати, що, у вершині тріщини (c_0, d_0) , яка виходить із границі отвору, вектор переміщень має ненульовий стрибок, який позначимо через (H_1, H_2) . Тому, на відміну від внутрішніх тріщин, в яких стрибки переміщень у вершинах рівні нулю, їх диференціювання необхідно проводити в сенсі узагальнених функцій. Тоді з (1) для випадку крайової тріщини отримаємо представлення

$$\begin{aligned} \Phi(z_1) &= \int_L [\Phi_1(z_1, \xi, \eta)g'_1(s) + \Phi_2(z_1, \xi, \eta)g'_2(s)]ds + H_1\Phi_1(z_1, c_0, d_0) + H_2\Phi_2(z_1, c_0, d_0) + \Phi_D(z_1), \\ \Psi(z_2) &= \int_L [\Psi_1(z_2, \xi, \eta)g'_1(s) + \Psi_2(z_2, \xi, \eta)g'_2(s)]ds + H_1\Psi_1(z_2, c_0, d_0) + H_2\Psi_2(z_2, c_0, d_0) + \Psi_D(z_2), \end{aligned} \quad (3)$$

причому тут під інтегралами похідні $g'_{1,2}$ розглядаються в класичному сенсі. Очевидно, що мають місце рівності

$$H_j = -\int_L g'_j(s)ds, \quad j = 1, 2, \quad (4)$$

які можна розглядати як умови однозначності переміщень, оскільки при їх записі враховано, що стрибок переміщень в іншій вершині рівний нулю.

Використовуючи умови (4) інтегральне представлення (1) перепишемо у вигляді

$$\begin{aligned} \Phi(z_1) &= \int_L [\Phi_1^*(z_1, \xi, \eta)g'_1(s) + \Phi_2^*(z_1, \xi, \eta)g'_2(s)]ds + \Phi_D(z_1), \\ \Psi(z_2) &= \int_L [\Psi_1^*(z_2, \xi, \eta)g'_1(s) + \Psi_2^*(z_2, \xi, \eta)g'_2(s)]ds + \Psi_D(z_2), \end{aligned} \quad (5)$$

де $\Phi_j^*(z_j, \xi, \eta) = \Phi_j(z_j, \xi, \eta) - \Phi_j(z_j, c_0, d_0)$, $\Psi_j^*(z_j, \xi, \eta) = \Psi_j(z_j, \xi, \eta) - \Psi_j(z_j, c_0, d_0)$. Підкреслимо, що при використанні представлення (5) автоматично забезпечується виконання умов однозначності переміщень на тріщині.

Підставимо представлення (5) в формули для визначення вектора напружень на тріщині

$$2\operatorname{Re}[\Phi(z_1)z'_1 + \Psi(z_2)z'_2] = -Y_T, \quad 2\operatorname{Re}[s_1\Phi(z_1)z'_1 + s_2\Psi(z_2)z'_2] = X_T, \quad (6)$$

де (X_T, Y_T) - вектор напружень на тріщині, який вважається однаковим на протилежних берегах.

Використовуючи формули Сохоцького при граничному переході $(x, y) \rightarrow L$, маємо

$$\begin{aligned} 2 \operatorname{Re} [\Phi(z_1) z_1' + \Psi(z_2) z_2'] + C_1 &= -Y_T, \\ 2 \operatorname{Re} [s_1 \Phi(z_1) z_1' + s_2 \Psi(z_2) z_2'] + C_2 &= X_T, \end{aligned} \quad (7)$$

причому тут інтеграли із представлення (5) розглядаються в сенсі головного значення за Коші. Тут позаінтегральні члени, які виникають при використанні формули Сохоцького, рівні $C_1 = -g_2' R_0 + g_1' R_1$, $C_2 = -g_2' R_1 + g_1' R_2$, де $R_j = \operatorname{Re} \left(\frac{s_1^j}{\Delta_1} + \frac{s_2^j}{\Delta_2} \right)$.

Легко показати, що $R_0 = R_1 = R_2 = 0$, а тому в формулах (7) $C_1 = C_2 = 0$.

Числовий алгоритм розв'язування отриманих рівнянь. У рівняння (7) входять інтеграли вигляду

$$A = \int_{\Gamma} F(\xi, \eta) ds, \quad B(z_1) = \int_{\Gamma} \frac{F(\xi, \eta)}{t_1 - z_1} ds, \quad C(z_2) = \int_{\Gamma} \frac{F(\xi, \eta)}{t_2 - z_2} ds, \quad (8)$$

де Γ – гладкий розімкнений контур, ds – диференціал дуги на контурі. Інтеграли B і C розглядаються в сенсі головного значення, тобто приймається, що точка $(x, y) \in \Gamma$. Будемо розглядати випадок, коли контур інтегрування заданий параметрично у вигляді $\xi = \alpha(\theta)$, $\eta = \beta(\theta)$, $-1 \leq \theta \leq 1$, причому прийемо, що параметру $\theta = -1$ відповідає вершина тріщини, що виходить на граничний контур. Функції B і C будемо знаходити в точках $x = \alpha(\tau)$, $y = \beta(\tau)$, $-1 \leq \tau \leq 1$.

Розглянемо випадок, коли підінтегральні функції в інтегральних рівняннях можуть мати кореневі особливості на кінцях тріщин [1, 4, 5]. Тому зобразимо $F(\alpha(\theta), \beta(\theta)) = U(\theta) / \sqrt{1 - \theta^2}$, де $U(\theta)$ – гладка, обмежена функція.

Для обчислення цих інтегралів використаємо квадратурну формулу Лобатто. Істотним для розглянутої задачі є те, що вона використовує значення підінтегральної функції на кінцях проміжку, через яку безпосередньо визначаються КІН. Використовуючи цю формулу, маємо [1, 4]

$$A = \sum_{n=1}^N A_n U_n s_n', \quad B(z_{1v}) = \sum_{k=1}^N A_k \frac{U_k s_k'}{t_{1k} - z_{1v}}, \quad C(z_{2v}) = \sum_{k=1}^N A_k \frac{U_k s_k'}{t_{2k} - z_{2v}}, \quad (8)$$

де $s_k' = s'(\theta_k)$, $s'(\theta) = \sqrt{\alpha'(\theta)^2 + \beta'(\theta)^2}$, $t_{1k} = \omega_1(\theta_k)$, $t_{2k} = \omega_2(\theta_k)$,

$U_k = U(\theta_k)$; $\theta_k = -\cos(\pi_N(k-1))$, $k=1, \dots, N$; $\pi_N = \frac{\pi}{N-1}$; $A_k = \pi_N$, при $k \neq 1$ і

$k \neq N$; $A_1 = A_N = 0,5\pi_N$; N – вибрана кількість вузлових точок, $z_{1v} = \omega_1(\tau_v)$, $z_{2v} = \omega_2(\tau_v)$, $\tau_v = \cos[\pi_N(v-0,5)]$ при $v=1, \dots, N-1$,
 $\omega_0(\theta) = \alpha(\theta) + i\beta(\theta)$, $\omega_j(\theta) = \alpha(\theta) + s_j\beta(\theta)$, $j=1, 2$.

Використаємо наведені квадратурні формули для розв'язування рівнянь (7) і прийемо, що для введених функцій справедливі представлення

$$g_1' = \frac{dg_1}{d\theta} \frac{1}{s'} = \frac{U(\theta)}{s' \sqrt{1-\theta^2}}, \quad g_2' = \frac{dg_2}{d\theta} \frac{1}{s'} = \frac{V(\theta)}{s' \sqrt{1-\theta^2}}$$

Тоді маємо

$$\begin{aligned}\Phi(z_{1\nu}) &= \sum_{k=1}^N A_k \left[\Phi_1^*(z_{1\nu}, t_{1k}) U_k + \Phi_2^*(z_{1\nu}, t_{1k}) V_k \right] + \Phi_D(z_{1\nu}), \\ \Psi(z_{2\nu}) &= \sum_{k=1}^N A_k \left[\Psi_1^*(z_{2\nu}, t_{2k}) U_k + \Psi_2^*(z_{2\nu}, t_{2k}) V_k \right] + \Psi_D(z_{2\nu}).\end{aligned}\quad (9)$$

Покладемо в (7) $x = x_\nu = \alpha(\tau_\nu)$, $y = y_\nu = \beta(\tau_\nu)$, $\nu = 1, \dots, N-1$. Тоді отримаємо систему рівнянь

$$2 \operatorname{Re} \left[\Phi(z_{1\nu}) z'_{1\nu} + \Psi(z_{2\nu}) z'_{2\nu} \right] = -Y_\nu, \quad 2 \operatorname{Re} \left[s_1 \Phi(z_{1\nu}) z'_{1\nu} + s_2 \Psi(z_{2\nu}) z'_{2\nu} \right] = X_\nu,$$

де $X_\nu = X(x_\nu, y_\nu)$, $Y_\nu = Y(x_\nu, y_\nu)$, $z'_{j\nu} = x'_\nu + s_j y'_\nu$, $x'_\nu = \alpha'(\tau_\nu)$, $y'_\nu = \beta'(\tau_\nu)$, $\nu = 1, \dots, N-1$. Підставивши в ці рівняння співвідношення (9), отримаємо систему алгебраїчних рівнянь

$$\sum_{k=2}^N A_k (q_{1\nu k}^{(1)} U_k + q_{1\nu k}^{(2)} V_k) = q_\nu - q_\nu^D, \quad \nu = 1, \dots, N-1, \quad (10)$$

де введено позначення

$$\begin{aligned}q_{\nu k}^{(j)} &= (1 + i s_1) z'_{1\nu} \overline{\Phi_j^*(z_{1\nu}, x_k, y_k)} + (1 + i \overline{s_1}) z'_{1\nu} \overline{\Phi_j^*(z_{1\nu}, x_k, y_k)} + \\ &\quad + (1 + i s_2) z'_{2\nu} \overline{\Psi_j^*(z_{2\nu}, x_k, y_k)} + (1 + i \overline{s_2}) z'_{2\nu} \overline{\Psi_j^*(z_{2\nu}, x_k, y_k)}, \\ q_\nu^D &= (1 + i s_1) z'_{1\nu} \overline{\Phi_D(z_{1\nu})} + (1 + i \overline{s_1}) z'_{1\nu} \overline{\Phi_D(z_{1\nu})} + \\ &\quad + (1 + i s_2) z'_{2\nu} \overline{\Psi_D(z_{2\nu})} + (1 + i \overline{s_2}) z'_{2\nu} \overline{\Psi_D(z_{2\nu})}, \quad q_\nu = i(X_\nu + i Y_\nu).\end{aligned}$$

Тут враховано, що в вершині тріщини, яка виходить на граничний контур, напруження обмежені, в зв'язку з чим прийнято $U_1 = V_1 = 0$.

Знайдемо КІН біля вершини тріщини, якій відповідає параметр $\theta = 1$. Позначимо кут між дотичною до тріщини в околі цієї вершини і віссю Ox через α . Використовуючи [1,4], отримуємо

$$K_I = -2\sqrt{\pi} \operatorname{Im}(W \delta_1 \overline{\delta_2}) / \sqrt{s'_N}, \quad K_{II} = -2\sqrt{\pi} \operatorname{Im}(W \delta_1 \overline{\gamma_2}) / \sqrt{s'_N}$$

$$\text{де } W = \frac{s_1 U_N - V_N}{\Delta_1 z'_{1N}} \frac{s_2 - s_1}{s_2 - s_2}, \quad \gamma_j = \sin \alpha - s_j \cos \alpha, \quad \delta_j = \cos \alpha + s_j \sin \alpha.$$

Анізотропна пластинка з еліптичним отвором та тріщинами. Розглянемо випадок вільного від навантаження отвору. Для побудови допоміжного розв'язку розглянемо задачу про знаходження комплексних потенціалів $\Phi_0(z_1)$, $\Psi_0(z_2)$ для нескінченної області з еліптичним отвором, які згідно зображення (2) мають наступні особливості

$$\Phi_0(z_1) \sim \frac{A}{z_1 - z_{10}}, \quad \Psi_0(z_2) \sim \frac{B}{z_2 - z_{20}}, \quad (11)$$

де A, B - довільні комплексні сталі. Введені функції знайдемо з умови, що відповідний їм вектор напружень на межі еліптичного отвору рівний нулю. Для розв'язування задачі використано конформне відображення області, яку займає пластинка та допоміжні області на зовнішність одиничного круга за допомогою функцій

$$z = \omega(\zeta) = \frac{a+b}{2} \zeta + \frac{a-b}{2\zeta}, \quad z_j = \omega_j(\zeta_j) = \frac{a - i s_j b}{2} \zeta_j + \frac{a + i s_j b}{2\zeta_j}, \quad (12)$$

де $j=1,2$; a, b - півосі еліпса. На основі [1, 4, 6] знаходимо вирази для потенціалів

$$\Phi_0(z_1) = \left[\frac{A}{\zeta_1 - \zeta_{10}} + \alpha_1 \bar{A} \left(\frac{1}{\zeta_1 - \zeta_{10}^*} - \frac{1}{\zeta_1} \right) + \beta_1 \bar{B} \left(\frac{1}{\zeta_1 - \zeta_{20}^*} - \frac{1}{\zeta_1} \right) \right] / \omega'_1(\zeta_1),$$

$$\Psi_0(z_2) = \left[\frac{B}{\zeta_2 - \zeta_{20}} + \alpha_2 \bar{A} \left(\frac{1}{\zeta_2 - \zeta_{10}^*} - \frac{1}{\zeta_2} \right) + \beta_2 \bar{B} \left(\frac{1}{\zeta_2 - \zeta_{20}^*} - \frac{1}{\zeta_2} \right) \right] / \omega'_2(\zeta_2). \quad (13)$$

$$\text{де } \alpha_1 = \frac{\bar{s}_1 - s_2}{s_2 - s_1}, \quad \beta_1 = \frac{\bar{s}_2 - s_2}{s_2 - s_1}, \quad \beta_2 = \frac{s_1 - \bar{s}_2}{s_2 - s_1}, \quad \alpha_2 = \frac{s_1 - \bar{s}_1}{s_2 - s_1}.$$

Тут змінні ζ_j та ζ_{j0} визначаються через величини z_j і z_{j0} за формулами (12).

Результати розрахунків. Розглянемо анізотропну пластинку з еліптичним отвором із півосями a, b , що послаблена прямолінійною крайовою тріщиною довжиною L , яка виходить із точки $(a, 0)$ і нахилена під кутом θ до вісі Ox . Прийmemo, що пластинка розтягується зусиллями p , які діють під кутом α до вісі Ox і позначимо відносні значення КІН $F_{I, II} = K_{I, II} / (p\sqrt{\pi D})$, де D - характерний розмір тріщини.

В таблиці 1 наведено дані розрахунків величини F_I при $D = L$ для випадку кругового отвору радіуса R при різних довжинах тріщин, що лежать на вісі Ox і зусилля діють перпендикулярно до неї. Розглянуто анізотропні матеріали $EF, LU, CF2, CF1$, причому прийнято, що в них жорсткість більша в напрямку вісі Oy . Індекс 90 біля матеріалу далі вказує, що вісі ортотропії повернуті на 90° . Відношення модулів пружності E_y / E_x для цих матеріалів відповідно рівні [1,4]: 1,56; 8,889; 15,467; 46,404.

Таблиця 1. Пластинка з круговим отвором

L/R	Ізотропія	CF1	CF1 ₉₀	CF2	EF	LU ₉₀
0,01	3,300 (3,291)	8,111	2,882	6,752	3,441	2,818
0,02	3,228 (3,223)	6,366	2,816	5,711	3,341	2,805
0,10	2,773 (2,771)	3,242	2,429	3,220	2,768	2,708
0,20	2,374 (2,373)	2,378	2,123	2,397	2,336	2,568
0,50	1,728 (1,727)	1,605	1,650	1,622	1,707	1,909
2,00	1,031 (1,030)	1,005	1,066	1,008	1,035	1,030
9,00	0,787 (0,787)	0,783	0,795	0,783	0,787	0,788

У дужках для порівняння наведено розраховані іншим методом КІН із довідника [7], (табл. 5.2).

На рис. 1а і 1б зображено графічно відношення КІН в анізотропній пластинках до відповідного КІН в ізотропній пластинці залежно від довжини тріщини. На рис. 1а зображені дані для випадку малих довжин тріщин, а на рис. 1б для більших довжин. Тут кривим 1-6 відповідають матеріали: ізотропний, CF1, CF1₉₀, EF, LU, LU₉₀.

Із наведених даних в таблиці та з графіків можна зробити наступні висновки: при малих довжинах тріщин анізотропія істотно впливає на КІН; при довжинах тріщин більших за радіус максимальне відхилення КІН в ізотропних і анізотропних пластинках не перевищує 5%; при малих довжинах тріщин значення КІН в анізотропних пластинках більші (менші) за КІН в ізотропних пластинках, якщо тріщина напрямлена в напрямку меншої (більшої) жорсткості матеріалу; при зростанні довжин тріщин (при $a/R > 0,2$) вказані вище особливості розподілу КІН змінюються на протилежні.

В таблиці 2 наведені розраховані КІН для ізотропного матеріалу і CF1 у розглянутому вище випадку, коли зусилля діють під різними кутами α до вісі Ox при $L/a = 0,5$.

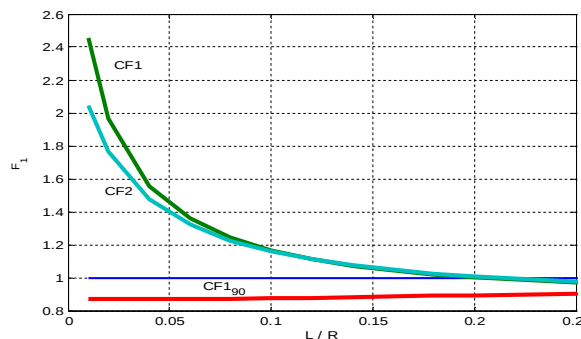


Рис.1. Відношення КІН для анізотропної пластинки до КІН в ізотропній пластинці залежно від довжини тріщини, відношення L/R – мале

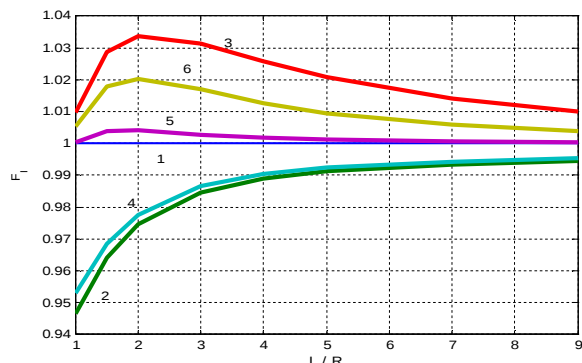


Рис.2. Відношення КІН для анізотропної пластинки до КІН в ізотропній пластинці залежно від довжини тріщини при $L/R > 1$

Таблиця 2. Коефіцієнти інтенсивності напружень при одновісному розтязі пластинки з круговим отвором під кутом α

α	Ізотропія		CF1		CF1 ₉₀	
	F_I	F_{II}	F_I	F_{II}	F_I	F_{II}
15	-0,115 (-0,115)	0,271 (0,276)	-0,08	0,339	0,061	0,168
30	0,247 (0,247)	0,470 (0,475)	0,249	0,588	0,373	0,291
45	0,741 (0,741)	0,543 (0,547)	0,701	0,679	0,798	0,335
60	1,235 (1,234)	0,470 (0,475)	1,153	0,588	1,224	0,291
75	1,596 (1,596)	0,271 (0,276)	1,484	0,339	1,536	0,168
90	1,729 (1,728)	0 (0)	1,605	0,000	1,650	0,000

Тут в другому стовпчику в дужках для порівняння точності розробленого алгоритму наведені дані з [5], які отримані іншим способом для ізотропного матеріалу.

Розглянемо випадок, коли тріщина нахилена під кутом θ до вісі Ox , та зусилля діють в напрямку вісі Oy . В таблиці 3 наведені результати розрахунків для відношення півосей еліпса $b/a=0,5$ при куті нахилу тріщини 30° для ізотропного матеріалу та CF1. Розрахунки виконані для різних значень c/a , де c – абсциса вершини тріщини, у величині F прийнято $D = a + c/2$. В дужках для порівняння наведено розраховані в [7] (табл. 5.9) відносні КІН для ізотропних пластинок за допомогою іншого методу.

Таблиця 3. КІН для нахиленої тріщини на еліптичному отворі

c/a	Ізотропія		CF1		CF1 ₉₀	
	F_I	F_{II}	F_I	F_{II}	F_I	F_{II}
0.01	4,631 (4,63)	1,451 (1,45)	5,377	1,974	5,526	2,192
0.05	3,679 (3,68)	1,017 (1,02)	3,735	1,268	3,745	1,397
0.1	2,939 (2,94)	0,799 (0,80)	2,871	0,972	2,845	1,068
0.2	2,152 (2,15)	0,664 (0,66)	2,093	0,764	2,059	0,832
0.5	1,349 (1,35)	0,597 (0,60)	1,335	0,625	1,322	0,652

Аналогічні дані для випадку, коли $b=0$ і $L/a=0,02$, $D = a + c / 2$ при різних нахилах тріщини ($\theta = 15^0, 30^0, \dots, 90^0$) та розтязі пластинки під кутом 135^0 наведено в таблиці 4. Зазначимо, що розглянутий випадок моделює дволанкову тріщину, причому в таблиці в дужках наведені відповідні дані з довідника [7] (табл. 7.5) стосовно до ізотропних пластинок, які отримані методом Мусхелішвілі та конформного відображення.

Таблиця 4. КІН для нахиленої тріщини (дволанкова тріщина)

$\theta, ^\circ$	Ізотропія		CF1		CF1 ₉₀	
	F_I	F_{II}	F_I	F_{II}	F_I	F_{II}
15	0,681 (0,684)	-0,410 (-0,411)	0,672	-0,365	0,763	-0,831
30	0,817 (0,822)	-0,278 (-0,278)	0,785	-0,195	1,089	-0,877
45	0,895 (0,896)	-0,123 (-0,122)	0,829	-0,011	1,369	-0,705
60	0,911 (0,915)	0,036 (0,036)	0,805	0,156	1,509	-0,385
75	0,864 (-)	0,179 (-)	0,734	0,265	1,380	0,014
90	0,778 (0,783)	0,274 (0,281)	0,602	0,188	1,669	0,275

Із наведених вище результатів розрахунків можна зробити наступні висновки. Практичне співпадіння даних розрахунку за розробленим алгоритмом із даними для ізотропних матеріалів, які отримані іншими методами вказує на його високу точність. Найбільш істотна різниця КІН для анізотропних матеріалів має місце для коротких тріщин. Для більших довжин тріщин (при $L/a > 0,2$) характер залежності КІН для анізотропних матеріалів для нахилених під різними кутами тріщин такий же, як і для ізотропних матеріалів. КІН для анізотропних матеріалів більше (менше) відрізняються від КІН для ізотропних матеріалів, якщо тріщини розміщені ближче до напрямку із меншою (більшою) жорсткістю.

Висновки. Запропоновано алгоритм дослідження напруженого стану анізотропних пластинок з отворами і крайовими тріщинами. Ефективність алгоритму проілюстрована при дослідженні напружень біля тріщини в пластинці з еліптичним отвором. Встановлено випадки, коли значення КІН мало або істотно залежить від механічних характеристик матеріалу.

Список літератури: 1. Божидарнік В.В., Максимович О.В. Пружна та гранична рівновага анізотропних пластинок з отворами і тріщинами: Монографія// –Луцьк: ЛДТУ, 2003. -226с. 2. Калоеров С.А., Авдюшина Е.В. Концентрация напряжений в анизотропной полуплоскости с отверстиями и трещинами // Теорет. и прикл. механика. –1997. – Выш. 27. –С. 63–72. 3. Фильштинский А.Л. Краевые задачи теории упругости для анизотропной полуплоскости, ослабленной отверстием или разрезом // Изв.АН СССР, МГТ.-1980.-6.-с.72-79. 4.Божидарнік В.В., Андрейків О.Є., Сулим Г.Т. Механіка руйнування, міцність і довговічність неперервно армованих композитів: Монографія// Т.2. Математичні методи в задачах механіки руйнування неперервно армованих композитів. –Луцьк: Надстир'я, 2007. -424с. 5. Саврук М.П., Осив П.Н., Прокопчук И.В. Численный анализ в плоских задачах теории трещин. – К.: Наук.думка, 1989. – 248 с. 6. Космодамианский А.С. Напряженное состояние анизотропных сред с отверстиями или полостями. –Киев-Донецк: Вища школа, 1976. – 200 с. 7. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений. В 2-х томах / Под ред. Ю. Мураками. –М.: Мир, 1990. - т. 1. – 448 с.

Сдано в редакцию 31.01.2009