

случаях для стальных трубопроводов близко к единице, а для резино-тканевых рукавов даже 0,5...0,8, при гидравлическом ударе наблюдается значительное повышение давления. Основное влияние на увеличение давления оказывает плотность и концентрация твердой фазы. Применение труб из упруго-вязких материалов для пневмотранспортных трубопроводов способствует снижению удара в 1,5...2 раза по сравнению со стальными трубами.

**Список использованной литературы.** 1. Успенский В.А. Пневматический транспорт. – М.: Углехиздат, 1989. – 283 с. 2. Урбан Я. Пневматический транспорт (перевод с чешского) – М.: Машиностроение, 1987. – 312 с. 3. Смолдырев А.Е. Трубопроводный транспорт (элементы теории и основы расчета) – М.: Изд-во «Недра», 1980. – 343 с. 4. Пневмотранспортное оборудование: Справочник / М.П. Калинушкин, М.А. Копель, В.С Серяков, М.М. Шапунов. Под. общ. ред. М.П. Калинушкина. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1986. – 286 с. 5. Слуцкий Н.Г. Разработка технологии строительства композитных плавучих доков большой подъемной силы // Зб. наук. праць НУК. – Миколаїв: НУК, 2007. – № 3 (414). – С. 3–10. 6. Слуцкий Н.Г. Новые направления в проектировании и технологии строительства композитных плавучих доков большой подъемной силы // Материалы научного симпозиума «Актуальные проблемы проектирования и эксплуатации судов». Том 1. Транспорт. – Одесса: Черноморье, 2008. – С. 18–23. 7. Жуковский Н.Е. О гидравлическом ударе в водопроводных трубах. – М.: Гостехиздат, 1949. – Собрание сочинений, Т. III. – 158 с.

Сдано в редакцию 20.05.08

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ В ИНСТРУМЕНТЕ И ДЕТАЛИ ПРИ АЛМАЗНО-АБРАЗИВНОЙ ОБРАБОТКЕ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Сороченко В. Г. (ІСМ им. В. Н. Бакуля НАНУ, г.Киев, Украина)

*In paper results of mathematical modelling of temperature patterns in the tool and the workpiece are resulted at diamond-abrasive machining of polymeric composite materials. Ways of management are offered by thermal stress of process of diamond-abrasive machining of the polymeric composite materials, allowing to minimise thermal, mehano-chemical and structural transformations into a polymeric component of a processed material.*

### Введение.

При алмазно-абразивной обработке полимерных композиционных материалов (ПКМ), включающих высокопрочные и высокомодульные волокна, в зоне резания возникает значительно более высокая температура, чем можно было бы предположить, исходя из оценки их физико-механических и теплофизических свойств [1, 2]. Это неизбежно приводит к образованию дефектного деструктированно-диспергированного поверхностного слоя, который всегда имеет пониженные эксплуатационные показатели. Поверхностный слой, как правило, является главной характеристикой процесса резания, по которой оценивают качество обработки, и основным фактором ограничения продолжительности работы инструмента. Предотвратить образование этого дефектного слоя, первопричиной деструкции которого являются механические напряжения, инициирующие тепловые и химико-окислительные процессы, не удается, но влиять и управлять глубиной его распространения можно путем направленного

создания эффективных функционально-ориентированных параметров контактных поверхностей рабочих элементов в инструменте, которые минимизируют механохимические и структурные превращения в полимерной составляющей обрабатываемого материала и изменением условий резания.

В основу разработанных в Институте сверхтвердых материалов им. В. Н. Бакуля НАН Украины однослойных алмазно-абразивных инструментов на никелево-гальванической связке заложен принцип минимизации температурных полей в инструменте и обрабатываемой детали. В соответствии с этим принципом для снижения теплонапряженности процессов обработки изделий и деталей из полимерных композиционных материалов и металлополимерных композиционных материалов (МПКМ) однослойными алмазно-абразивными отрезными и шлифовальными кругами, барабанами и шлифовальными головками, стержневыми и кольцевыми сверлами, а также коническими и цилиндрическими зенковками обработку необходимо производить с определенными интервалами времени, продолжительность которых должна быть меньше времени теплового насыщения обрабатываемого материала [3]. Для обеспечения этого условия определяли на основании расчета температурных полей инструмента и обрабатываемой детали конструктивные и геометрические размеры целесообразных функционально-ориентированных контактных поверхностей инструмента (размеры рабочих элементов и длину активной части исходной инструментальной поверхности, расстояние между ними, углы наклона рабочих элементов к оси инструмента и др.). Таким образом, исходная инструментальная поверхность инструмента разбивается на ряд чередующихся выступов и впадин, геометрические размеры которых определяются с учетом времени контакта элемента круга с деталью в пределах дуги контакта (контактный период) и временного промежутка, когда рассматриваемый элемент круга не соприкасается с деталью (неконтактный период) [4].

Для определения оптимальных параметров режимов резания проведен комплекс научно-исследовательских работ по установлению влияния формы рабочей поверхности алмазно-абразивных инструментов и характеристики их рабочей поверхности, вида обрабатываемых полимерных и металлополимерных композиционных материалов и других условий обработки резанием на производительность, качество и точность обработки, а также обрабатываемость различных материалов и срок службы алмазно-абразивных инструментов. Установлена функциональная связь между формированием шероховатости поверхности изделий из ПКМ и уровнем механического, теплового и механохимического действия. Установлен диапазон величины подачи (6-9 м/мин), обусловливающий граничные температуры в зоне резания (510-570 К) и определяющие переход механической деструкции полимерной составляющей обрабатываемого материала к термоокислительной.

**Цель исследований** – разработать математическую модель теплообразования процесса алмазно-абразивной обработки полимерных композиционных материалов, определить закономерности ее работы, осуществить расчет технологической системы «инструмент – деталь» с целью выбора оптимальных значений функционально-ориентированных параметров, прогнозирования надежности работы данной системы и изменение состояния ее во времени. Предложить пути управления теплонапряженностью процесса алмазно-абразивной обработки полимерных композиционных материалов, позволяющие минимизировать термические, механохимические и структурные превращения в полимерной составляющей обрабатываемого материала.

Моделирование является одним из основных методов получения научно-технических результатов при проведении прикладных исследований технических систем и процессов, которые протекают в этих системах [5]. Процедура моделирования включает в себя системный подход [6] к исследуемому объекту путем создания его модели, определение закономерностей ее работы и перенос свойств процесса алмазно-абразивной обработки полимерных композиционных материалов, выбор рациональных и оптимальных значений параметров, прогнозирование надежности работы системы, изменение ее состояния во времени, анализ критических режимов работы системы.

С этой целью была разработана в виде математических объектов математическая модель теплообразования при алмазно-абразивной обработке полимерных композиционных материалов. В качестве математической модели использовано одномерную нелинейную нестационарную задачу теплопроводности.

Расчет температурных полей в детали и инструменте проводили аналитически – решением системы дифференциальных уравнений теплопроводности, дополненных условиями однозначности [7]. За начальные условия было принято естественное равномерное распределение температуры по всему объему участвующих в контакте тел. Границные условия заданы распределением теплоты между деталью, инструментом и стружкой. Незначительная по величине доля теплоты, отводимая в окружающую среду, в уравнении теплового баланса нами не учитывалась.

Отличительной особенностью разработанной математической модели теплообразования явилось то, что при определении мощности тепловых потоков учитывалась не номинальная площадь контакта системы «инструмент – деталь», а только фактическая площадь контакта инструмента, то есть та часть площади, через которую передается давление. Кроме того, была учтена доля теплоты работы трения связки, как самостоятельного источника теплообразования [8].

Решение системы дифференциальных уравнений выполнено при следующих допущениях: инструмент и деталь рассматриваются как полубесконечные тела с заданными условиями только на границе их контакта; форма контакта – бесконечно длинная полоса, определяемая глубиной резания и диаметром инструмента [7]; температурные поля в зоне резания являются одномерными [7].

Таким образом, определение температурных полей в технологической системе «инструмент – деталь» сводится к решению системы дифференциальных уравнений вида:

$$\frac{\partial \Theta_1}{\partial \tau_1} = a_1 \frac{\partial^2 \Theta_1}{\partial x_1^2} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \Theta_2}{\partial \tau_1} = a_2 \frac{\partial^2 \Theta_2}{\partial x_2^2} \quad (2)$$

Начальные и граничные условия:

$$\Theta_1(x_1, 0) = \Theta_2(x_2, 0) = \Theta_c \quad (3)$$

$$\Theta_1(0, \tau_1) = \Theta_2(0, \tau_1) \quad (4)$$

$$\frac{\partial \Theta_1(+\infty, \tau_1)}{\partial x_1} = \frac{\partial \Theta_2(-\infty, \tau_1)}{\partial x_2} = 0 \quad (5)$$

$$-\lambda_1 \frac{\partial \Theta_1(0, \tau_1)}{\partial x_1} + \lambda_2 \frac{\partial \Theta_2(0, \tau_2)}{\partial x_2} + mC_2 \Theta_2(0, \tau_1) = g \quad (6)$$

где  $\Theta_1$ ,  $\Theta_2$  и  $\Theta_c$  – температура, соответственно, инструмента, детали и окружающей среды, К;  $\tau_1$  – время контактирования элемента инструмента в пределах дуги контакта, с;  $a_1$ ,  $a_2$  - коэффициенты температуропроводности, соответственно, инструмента и детали,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  – коэффициенты теплопроводности инструмента и детали,  $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$ ;  $\lambda_1 \frac{\partial \Theta_1(0, \tau)}{\partial x_1}$ ,  $\lambda_2 \frac{\partial \Theta_2(0, \tau)}{\partial x_2}$ ,  $A\Theta_2(0, \tau_1)$  – доля теплоты, поглощаемая, соответственно, инструментом, деталью и стружкой,  $\text{Вт}/\text{м}^2$ ;  $A = mC_2$ ;  $m$  – масса стружки, которая срезается инструментом с единицы площади за единицу времени,  $\text{кг}/(\text{м}^2\cdot\text{с})$ ;  $C_2$  – удельная теплоемкость обрабатываемого материала,  $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$ .

Плотность теплового потока определяется по формуле:

$$g = g_1 - g_2 = \frac{P_z v - A\Theta_c B \sqrt{Dt}}{\varsigma_{r(a)} B \sqrt{Dt}} \quad (7)$$

Решение уравнений (1 и 2) при начальных и граничных условиях (3 – 6) методом интегрального преобразования Лапласа [7] имеет следующий вид:

$$\Theta_1 = \frac{g}{A} F_1 + \Theta_c \quad (8)$$

$$\Theta_2 = \frac{g}{A} F_2 + \Theta_c \quad (9)$$

где  $g$  – тепловой поток без учета доли теплоты, поглощаемой стружкой,  $\text{Вт}/\text{м}^2$ ;  $F_1$  и  $F_2$  – значения функций, характеризующих интенсивность распределения температурных полей инструмента и детали по координате  $x$  и времени  $\tau$ .

Значения функций  $F_1$  и  $F_2$  имеют следующий вид:

$$F_1 = \left[ -\exp\{b(k_1 + b\tau_1)\} \operatorname{erfc}(b\sqrt{\tau_1} + \frac{k_1}{2\sqrt{\tau_1}}) + \operatorname{erfc}(\frac{k_1}{2\sqrt{\tau_1}}) \right] \quad (10)$$

$$F_2 = \left[ -\exp\{b(k_2 + b\tau_1)\} \operatorname{erfc}(b\sqrt{\tau_1} + \frac{k_2}{2\sqrt{\tau_1}}) + \operatorname{erfc}(\frac{k_2}{2\sqrt{\tau_1}}) \right] \quad (11)$$

где  $b$  - коэффициент, учитывающий распределение температурных полей в инструменте, детали и стружке с учетом их теплофизических свойств,  $\text{с}^{-1/2}$ ;  $k_1$ ,  $k_2$  - текущие координаты, соответственно, инструмента и детали при фиксированных значениях времени.

Коэффициент, учитывающий распределение температурных полей в инструменте, детали и стружке определяется соотношением:

$$b = \frac{A}{\lambda_1/\sqrt{a_1} + \lambda_2/\sqrt{a_2}} \quad (12)$$

В табл. 1 и 2 представлены результаты расчета температуры инструмента и детали при разрезании углепластика типа ЭЛУР и органостеклопластика типа Т42/1-76 при следующих режимах резания: скорость резания 30 – 60 м/с; подача 3 – 12 м/мин; толщина разрезаемого материала 5 мм. Разрезание выполняли без применения охлаждающих технологических сред, высота резки 98 мм. Марка и зернистость алмаза в круге формы 1A1RSS/C1 – AC32 400/315. Коэффициент, учитывающий фактическую

площадь контакта исходной инструментальной поверхности с обрабатываемой деталью принят на основании наших исследований, равным 0,25 [8].

Таблица 1. Результаты расчета температуры инструмента и детали (углепластик типа ЭЛУР)

Подача	Скорость резания, м/с					
	30	45	60	30	45	60
	Температура, К					
инструмент		деталь				
$X=0$						
3	367	422	473	367	422	473
6	405	466	536	405	466	536
9	429	494	569	429	494	569
12	446	512	592	446	512	592
$X=100 \text{ мкм}$						
3	316	327	334	310	313	317
6	346	351	357	309	312	315
9	364	371	373	308	310	317
12	375	383	385	303	310	317

Таблица 2. Результаты расчета температуры инструмента и детали (органостеклопластик типа Т42/1-76)

Подача	Скорость резания, м/с					
	30	45	60	30	45	60
	Температура, К					
инструмент		деталь				
$X=0$						
3	528	628	681	528	628	681
6	557	639	753	557	639	733
9	570	656	798	570	656	798
12	651	798	852	651	798	852
$X=100 \text{ мкм}$						
3	455	469	487	359	368	371
6	476	485	488	369	375	389
9	483	493	500	382	391	400
12	547	560	580	437	448	464

Анализ данных, приведенных в таблицах 1 и 2, показывает, что с увеличением скорости резания и особенно с ростом подачи температурное поле инструмента и детали повышается. При этом, характер распределения температурного поля в инструменте и детали по координате  $X$  существенно различен. Температурное поле более глубоких слоев ( $X=100 \text{ мкм}$ ) инструмента и обрабатываемого материала уменьшается крайне неравномерно и зависит, главным образом, от их теплофизических характеристик, прежде всего, теплопроводности. Так, высокая теплопроводность алмаза и металлической связки обеспечивают равномерный прогрев рабочей поверхности инструмента, исключая температурную неоднородность. По нашему мнению, это должно снижать интенсивность изнашивания алмазодержащего рабочего слоя инструмента. Температурное поле деталей из углепластика и

органостеклопластика, которые обладают примерно на два порядка меньшей теплопроводностью, характеризуется значительными градиентами температуры в тонких поверхностных слоях обрабатываемого материала, которые как видно из приведенных данных, могут превышать теплостойкость полимерной составляющей ПКМ. В конечном итоге это может приводить к термоокислительной деструкции полимерной составляющей и снижению качества обработанной поверхности ПКМ. Сопоставление данных таблиц 1 и 2 с результатами экспериментальных данных [9] показывает, что величина относительной ошибки не превышает 15-20 %.

После того, как рабочий элемент инструмента вышел из зоны контакта с обрабатываемым материалом, происходит отдача теплоты в окружающую среду через ее внешнюю нагретую поверхность. Это соответствует следующему граничному условию [10]:

$$\lambda_1 \frac{\partial \Theta_1(0, \tau)}{\partial x_1} + \alpha(\Theta_c - \Theta_1) = 0 \quad (13)$$

Основное уравнение теплопроводности (1) сохранится в прежнем виде. Таким образом, решение задачи для неконтактного периода сводится к определению изменения температуры поверхности инструмента в перерыве между рабочими циклами. Совместное решение уравнений (1) и (13) позволило определить температурное поле инструмента в неконтактный период:

$$\Theta_3 = \Theta_1 \left[ \operatorname{erfc} \left( \frac{x_1}{2\sqrt{a_1 \tau}} \right) - \exp \left( \frac{\alpha x_1}{\lambda_1} + \frac{\alpha^2 a_1}{\lambda_1^2} \right) \operatorname{erfc} \left( \frac{x_1}{2\sqrt{a_1 \tau}} + \frac{\alpha}{\lambda_1} \sqrt{a_1 \tau} \right) \right] \quad (14)$$

где  $\frac{\alpha}{\lambda_1} \sqrt{a_1 \tau} = \frac{\alpha}{\varepsilon} \sqrt{\tau}$  - критерий Тихонова [7];  $\alpha = 0,27 \frac{\lambda}{d} \operatorname{Re}^{0.8}$  - коэффициент

теплообмена между инструментом и окружающей средой [11],  $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ ;  $\varepsilon = \sqrt{\lambda_1 C_1 \gamma}$  - коэффициент тепловой активности инструмента [7],  $\text{Вт} \cdot \text{с}^{1/2}/(\text{м} \cdot \text{К})$ .

При  $x_1 = 0$  и с учетом разложения функции

$$\left[ \exp \left( \frac{\alpha^2 a_1 \tau}{\lambda_1^2} \right) \operatorname{erfc} \left( \frac{\alpha}{\lambda_1} \sqrt{a_1 \tau} \right) \right] \approx \frac{\lambda_1}{\alpha \sqrt{a_1 \tau}} - \frac{\lambda_1^3}{2\alpha^3 (a_1 \tau)^3} + \frac{3\lambda_1^5}{4\alpha^5 \sqrt{a_1 \tau}} - \dots \quad (15)$$

Формула (14) может быть преобразована следующим образом:

$$\Theta_3 = \Theta_1 \frac{\varepsilon}{\alpha \sqrt{\pi \tau}} \quad (16)$$

Решая уравнения (8) и (14) относительно времени (при  $x_1 = 0$ ), получим выражение для времени  $\tau_1$  контактирования (резания) рабочего элемента с деталью и времени  $\tau_2$ , когда рабочий элемент не контактирует с деталью:

$$\tau_1 = \frac{0,32 g^2}{\Theta_1^2 A^2 b^2} \quad (17)$$

$$\tau_2 = \frac{0,32 g \varepsilon}{\Theta_3 A \alpha b} \quad (18)$$

Пользуясь полученными уравнениями, можно рассчитывать геометрические размеры целесообразных функционально-ориентированных рабочих элементов ( $l_0$  и  $l_0^1$ ) однослоиных алмазно-абразивных инструментов - отрезных и шлифовальных кругов, барабанов и др. и расстояния между ними ( $l_1$  и  $l_1^1$ ):

$$l_0(l_0^1) = v \tau_1 \quad (19)$$

$$l_1(l_1^1) = v\tau_2 \quad (20)$$

**Заключение.** Разработанная математическая модель процесса

теплообразования при алмазно-абразивной обработки полимерных композиционных материалов может быть эффективно использована при научном прогнозировании, интенсификации и повышении эффективности механообработки ПКМ. Особенностью данной модели является тот факт, что в ней впервые учтены установленные закономерности формирования и изменения фактической площади контакта исходной инструментальной поверхности инструмента с обрабатываемым материалом. Она позволяет рассчитывать оптимальных значений конструктивных и геометрических параметров целесообразных функционально-ориентированных контактных исходных инструментальных поверхностей, прогнозировать надежность работы технологической системы «инструмент- деталь».

Предложены пути управления теплонапряженностью процесса алмазно-абразивной обработки полимерных композиционных материалов, позволяющие минимизировать термические, механохимические и структурные превращения в полимерной составляющей обрабатываемого материала. Наиболее эффективными путями снижения температуры в зоне резания полимерных композиционных материалов являются применение инструментальных материалов (алмаза и металлической связки) с максимально возможной теплопроводностью. Таковыми являются синтетические шлифовальные порошки с развитой рабочей поверхностью марок АС15, АС20 и АС32, связка – никелевогальваническая (Э1). Модель позволяет определять обобщающие характеристики целесообразных функционально-ориентированных исходных инструментальных поверхностей инструмента с учетом их взаимосвязи с рациональными характеристиками сверхтвердых материалов, режимами резания и другими условиями обработки.

**Список литературы:** 1. Инструменты из сверхтвердых материалов / Под ред.

Н. В. Новикова. – М.: Машиностроение, 2005. – 555 с.: ил. (Б-ка инструментальщика).  
 2. Сверхтвердые материалы. Получение и применение. Монография в 6 томах / Под общей ред. Н. В. Новикова. – Киев: ИСМ им. В. Н. Бакуля, ИПЦ «АЛКОН» НАНУ, 2007. Том 6: Алмазно-абразивный инструмент в технологиях механообработки / Под ред. А. А. Шепелева. – Киев: ИСМ им. В. Н. Бакуля, ИПЦ «АЛКОН» НАНУ, 2007. – 340 с. 3. Физико-математическая теория процессов обработки материалов и технологии машиностроения / Под общей редакцией Ф. В. Новикова и А. В. Якимова. В десяти томах. – Т.4. «Теория абразивной и алмазно-абразивной обработки материалов». – Одесса: ОНПУ, 2002. – 802 с. 4. Родин П. Р. Основы проектирования режущих инструментов: Учебник. – К.: Выща школа, 1990. - 424 с. 5. Струтинський В. Б. Математичне моделювання процесів та систем механіки: Підручник. – Житомир: ЖІТІ, 2001. - 612 с. 6. Згурівський М. З., Панкратова Н. Д. Системний аналіз: проблеми, методологія, приложения. – Київ, видавництво «Наукова думка». 2005. – 743 с. 7. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М.: Высш. шк. 1967. – 600 с. 8. Шепелев А.О., Сороченко В.Г. Особливості механіки контактної взаємодії інструмента з деталлю при алмазно-абразивній обробці полімерних композиційних матеріалів // Процеси механічної обробки в машинобудуванні: Збірник наукових праць. – Житомир: ЖДТУ, 2006. Випуск 3. - С.286 – 300. 9. Шепелев А. А., Сороченко В. Г., Дрожжин В. И. Температура при алмазно-абразивном разрезании полимерных композиционных материалов // Наука і освіта: Збірник наукових праць (до 40-річчя співпраці Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут» та Мішкольцького університету). – Харків: НТУ «ХПІ», 2004. – С.231-242. 10. Коваленко

А. Д. Термоупругость. – Киев: Вища школа, 1975. – 216 с. 11. Бошняк А. Л. Измерения при теплотехнических измерениях. – Л.: Машиностроение, 1974. – 448 с.

Сдано в редакцию 14.05.08

## ИССЛЕДОВАНИЕ КОНСТРУКТИВНЫХ ФОРМ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ТЕЛ КАЧЕНИЯ ПРИМЕНЕНИЕМ К ПЕРЕДАЧАМ ЗАЦЕПЛЕНИЕМ

Стрельников В.Н., Суков Г.С., Волошин А.И., (ЗАО НКМЗ, г. Краматорск, Украина)

*The analysis of constructive shapes of hollow cylindrical rollers from the point of view of security of a radial strain sufficient for sufficing of conditions of absence of an interference of teeth, persistence of a reduction ratio, high load-carrying capacity of transmission is made.*

**Введение.** Передачи с промежуточными телами качения обладают рядом преимуществ: высокая нагрузочная способность, сравнительно небольшие габаритно – весовые характеристики, низкая динамическая активность и шумовая мощность [1, 2]. Для передачи больших по величине крутящих моментов используются полые цилиндрические ролики, соотношение диаметра и толщины стенки которых обеспечивает радиальную деформацию достаточную для удовлетворения условий отсутствия интерференции зубьев и обеспечения постоянства заданного передаточного отношения. При передаче небольших крутящих моментов принимаются сравнительно малые диаметры роликов, жесткость которых не может одновременно обеспечить геометрические, кинематические и прочностные условия кругового зубчатого зацепления [3]. Для удовлетворения этих требований необходимо повысить податливость промежуточных тел качения. Известны два основных метода изменения жесткости конструкций – это использование различных материалов и конструктивные вариации. Можно также одновременно подбирать подходящий материал и оптимизировать параметры конструкции.

**Целью исследования** является анализ влияния силовых и конструктивных факторов на радиальную податливость упругих промежуточных тел качения.

В качестве возможных расчетных вариантов конструкции промежуточных тел качения рассмотрим замкнутое кольцо (рис. 1) и разрезанное кольцо (рис. 2).

Замкнутое кольцо представляет внутренне статически неопределенную систему. Кольцо сжимается двумя диаметрально приложенными сосредоточенными силами  $P$ . Рассечем кольцо на две половины плоскостью перпендикулярной линии действия сосредоточенных сил и рассмотрим верхнюю половину кольца, которую примем за основную систему (рис. 3). В поперечных сечениях полукольца приложим изгибающие моменты  $M_a$  и нормальные силы, которые ввиду симметрии представим  $P/2$ . Поперечные силы равны нулю, т.к. отсутствует сдвиг верхней половины кольца относительно нижней. Изгибающие моменты определим из условия отсутствия поворота поперечных сечений полукольца в плоскости разреза.

Воспользуемся методом Максвелла – Мора [4]. Условие отсутствия поворота поперечного сечения  $A$  представим в следующем виде

$$\int_0^{S/4} \frac{M_\varphi M_0}{EI} ds = 0, \quad (1)$$